

数学の授業作りの試み

岩間 潤(東京都立三鷹中等教育学校)

佐藤英二(明治大学)

はじめに

今回、岩間先生と佐藤が共同して新しい授業のプランを作り、実際に実践をした。分科会では、岩間先生の前勤務校での授業ビデオと今回の授業のビデオを比べながら、教師の成長について考えた。本報告では、話題を今回の授業作りに絞り、「1) 授業に至るなりゆき」「2) 授業の概要」「3) 実験を通じた数学の授業の可能性」「4) 何に向かって働きかけるか〜おわりにかえて」の順で、今回の企画から学んだことを述べたいと思う。なお、3)は岩間先生がお書きになり、他は佐藤がまとめた。

1) 授業に至るなりゆき

夏の事務局会議が終わった後、分科会の企画として、共同で新しい授業を作りませんかというご提案を岩間先生からいただいた。以前から、岩間先生には教員養成GPのワークショップへの参加などでお世話になっていたこともあり、渡りに船だった。私は、分科会が学校と大学との日常的な連携協力関係を発表する場になればと、以前から思っていた。

その後、10月8日に三鷹中等教育学校を訪問し、授業参観もかねて打ち合わせをした。話は、授業中の生徒さんの様子に始まり、授業論や生徒の学びにも及んだ。その中で、岩間先生は、生徒たちは教師から解き方を説明されるのを待つ姿勢が強く、自分で何か関係を見つけてその正しさを確かめていくような、創造的な学びから遠ざかっているというお話をされた。私は、正しい解き方を教わることで救われる生徒がいる一方で、じぐざぐとした歩みをして新しいことを見つける学び、学ぶことが自分を作ることでもあるような学びも必要ではないかというお話をした。最終的に、生徒に数学的な関係を見つけてもらう授業を作ろうという話になり、適切な単元として、数学Aの整数の性質が浮上した。この単元は10月終わりに始まるので、時期的にも都合が良かったのである。その後、岩間先生が作られた授業プランに佐藤がコメントを付けて返す形で、プランを練った。授業は10月29日(火)と翌30日(水)に2つのクラスで行うことになり、テーマは、整数の約数の個数と素因数分解の関係を生徒に見つけてもらうことに決まった。

2) 授業の展開

①第1回(10月29日)

「今日から入る整数の単元は、実際試してみるという実験がしやすい分野なので、今日はグループになって意見の交換などをしてもらいたいと思います」という切り出しで、授業が始まった。そして、「200の正の約数をすべて求めなさい。また、約数の個数も求めな

さい。」という問題が出され、生徒は個人作業でこの問題に取り組むことになった。生徒が問題に取り組んでいる間、先生は生徒の間を回りながら、生徒の

1,	2,	4,	5,	8,	10
200,	100,	50,	40,	50,	20

アプローチを確認している。4分経過後、2人を指名し、ノートをそのまま板書してもらった。一人は、約数1に約数200を対応させる右の方法であり、もう一人の生徒は、200を素因数分解して約数を見つける方法だった。これに対して、先生は、それぞれの方法の特徴を確認した後、いずれも正しいと答えた。そして、「約数の個数は12個と結構多かったけれども、計算は大変じゃなかった？」と生徒に問いかけて、「じゃあ、1432とかだったらどうだろう。…もっと数が大きくなった時に、作業で約数を探していくと、探しづらくなる。…できれば、約数の個数が見つかるような性質があればいいな。」と語った。

こうして、正の整数の約数の個数と素因数分解の関係を見つけるという今回の授業のテーマが提示された。生徒たちは4人グループを作り、分担しながら、1から50までの正の約数と素因数分解の結果をワークシートに書き込む作業をすることになった。グループ活動が続く間、先生は各グループを回りながら、調べた結果をグループ内で共有するよう示唆を与え、さらにワークシートへの書き込みが終わったグループには、このシートから何か関係が見つからないかと問いかけていった。

グループ活動が25分程度続いた後、グループごとに見つかったことを発表してもらった。出された意見は、①素数の約数の個数はかならず2つあること、②約数には1がかならず入ること、③2ケタの偶数であれば、約数はかならず4つ以上あること、④9など、何かの2乗の形になっている数の場合、約数の個数は奇数になること、および⑤素数のn乗の数の約数の個数は、 $(n+1)$ 個あることであった。これら一つひとつについて、先生は内容を確認するとともに、②や③に関しては、クラスの生徒全員に対して、本当に成り立つのかを確かめるよう促した。次の授業の直接的な手がかりになりそうな⑤が出たところで、終了時刻になった。「これらについて、もうちょっと家で確認してもらって、次回続きをやりましょう」という言葉で授業が締めくくられた。

②第2回（10月30日）

授業の構成は基本的に第1回と同じであった。第1回と異なる点としては、第一に、今回は作業の進め方を詳しく説明した結果、グループ作業が15分で終わった点があり、第二に、グループ発表の際、生徒の間でやりとりが多かった点があった。以下では、グループ発表の中から、特徴的な発表を2つ紹介しておきたい。

一つ目の発表では、内容をめぐって生徒のやりとりが見られた。ある生徒が、「3の3乗の場合、3乗の3から約数が3個できあがって、それに約数の1はかならずあるから、3に1を加えて（約数の個数は）4個になる。」と説明し、さらに、グループ活動のために教師が用いた28の例も使って、「28は素因数分解すると、 $2^2 \times 7$ で指数の数は2と1になるから、約数の個数は、 $2+1+1$ で5個になる。」と続けた。ここで、他の生徒から「え

っ、違う。(約数は) 6 個になる。」という声が出ている。たしかに、28 の約数の個数は 6 個である。この状況で、教師は指数の和+1 という方法は、28 の場合には正しくないことを確認した上で、これも大事なことであり、「反証」という用語を出して説明している。

もう一つの発表では、(指数+1) × (指数+1) で約数の個数が求められるというアイデアが出された。アイデアを初めて思いついた生徒の発言が、あいまいな言葉を使っていたり、言葉が脱落するなどの問題を抱え (①②③)、また自分のアイデアの正しさに確信を持たずに行きつ戻りつする (④) 様子が現れている。

(生徒の発言)

- ①1 は 2 にも 7 にもどっちにもあるので…(板書)
- ②それで (2² を指して) こっちは、(約数に) 2 と 2 の 2 乗で (があるから)、(「2, 22」を板書に書き加えた)
- ③それで 2 のところが 3 つあるんですよ。
- ④いや違う…いやいいんだ。
- ⑤それで 7 の方は、1 と 7 で、それでこっちとこっちをかけると、6 個。

(生徒の板書)				
28	=	2 ²	×	7
		1		1

(生徒の板書)				
28	=	2 ²	×	7
		1, 2, 22	×	1, 7

このアイデアに対して、教師は「1, 2, 22 × 1, 7」といった表記の誤りを訂正しつつも、アイデアの意義を認め、他の整数でも成り立つかどうか、他の生徒に確認するよう促した。そして他の整数の場合でもこのアイデアが成り立ちそうだという感触が得られたところで、第 2 回の授業は終了している。

3) 実験を通じた数学の授業の可能性

① 問題意識

まず、今回の企画が実現したことを心から感謝している。

今回、授業研究を教育研究者とともに行うことができ、研究大会で発表したことで、明大教育会の研究大会が、教科教育(実践)の報告、研究の場としても発展していくきっかけが作れたとしたら、事務局員の一人として少しは貢献できたのかもしれない。

ただそれ以上に、今回の実践経験が私の授業改善に大きな役割をもたらしたことは明らかで、今回の経験を今後も発展させていきたいと強く思っている。その辺りから書きはじめたいと思う。

今回の授業研究の企画を実現させたかった内面的な理由は、現在受け持つ 4 年生の授業の手詰まり感を打破したいという思いだった。

この学年は、私が 4 年前に本校に赴任したときからの付き合いで、私にとって初めての経験であった前期課程(いわゆる中学校の課程)の教科指導を 1 年生で受けた生徒たちである。4 年前、私は前期課程段階において、数学に対する興味・関心を抱かせることを常に念頭におき、「数のしくみ・図形の問題に親しむ」ことを意識した授業作りをしていくつ

もりだった。しかし、教える内容と時間数のバランスをうまくやりくりできず、思うようには進められなかった。そのため、徐々に「興味が沸くようなトピックスを紹介する」ことで興味を抱かせたことにしてしまっており、「説明をわかりやすくする」ことに力点が移動してしまっただ。非常に反省の残る1年間であった。

その後、彼らが3年生のときに再び担当となった。本校の数学の授業は、習熟度別のクラス編成になっており、私は数学の成績が中間よりも下の生徒の授業を受け持った。その時以来、現在も感じていることがある。それは、「内容を分かりやすく教える」というスタイルでも、授業は聞いており、授業中はなんとなく理解するようなのだが、ここまで積み重なってしまった「数学嫌い」「基本事項の理解不足」といった要因も加わり、学習（興味）が不足しており、本質的な理解につながらずに単元が終わればすぐに忘れてしまうという、サイクルにはまってしまうことである。

今年度は、後期課程（いわゆる高等学校の課程）に入り、ここまでの積み重ねを前提により高度な内容を論理的・抽象的に扱うようになった。しかし、現在受け持つ習熟度クラスの生徒の知識の不足は相変わらず否めない上に、興味・関心も低い。そこで、「数学A」の単元の一つである「整数の性質」を利用して、問題解決のためのグループ活動を通じて、意欲を向上させると共に、主体的に授業に取り組む姿勢を促し、学習の質を変えたいと考えたのである。

② 授業作りと気づき

今回の授業展開については、事前に授業デザインを交換していた佐藤先生から頂いた「今回の授業の中心は、生徒さんが規則を見つける過程にあると思います。」というアドバイスを最重要課題とした。性質を見つけさせたいあまりに、誘導しすぎない、もっと言うと「教えたがる」癖が極力出ないように戒めた。ただ、そのことで、生徒たちの性質発見に向けた意欲を予想以上に高めることになり、グループ活動が活発であった上、その後の理解の深まりに繋がったと思っている。

この授業では、私が生徒の発言をつないでいく作業をしたとはいえ、自分たちで「法則」の発見まで至った。発見には、他グループの発表の「誤り」を指摘、改善していくクラスと、他グループの発表を手がかりに進んでいくクラスがあった。

また、この授業の中で印象的な生徒の声の一つに「説明したいんだけど、その方法が見つからない」というものがあった、この生徒は素因数分解の結果を表す式における指数との関係を見つけたのだが、班員にうまく伝えられないというもどかしさに苦悩していたのである。自分の考えを相手に伝えたいという欲求を起こさせることができたことの証であると考えられる。

さらに、授業中のことだが、生徒が性質を発見しようとする、思いを感じ、楽しそうに数値を交換する生徒たちの顔を見ながら机間巡視をしているとき、今までの自分とは違うことに気がついた。今まで行っていた問題演習時の机間巡視は、「教えたことへの理解度」と

「間違いの発見」にばかり目がいていたのである。しかし、この授業のときは「生徒のアイデアを拾おう」という意識が強いので、共感や援助といった気持ちになっていたのかもしれない。そのことを生徒も感じたのだろうか、いつもより積極的に私とやりとりをした。

とにかく、生徒の活動を信じ、彼らの発言や活動を「解決すべき課題の解決」に誘導することだけに集中した今回の授業は、自分の中で混乱も多々あったが、授業終了時にとっても爽やかな気持ちであった。

③ 授業の評価

この授業の可能性を感じた私は、問題解決をグループで行う指導方法を、この後もいくつか取り入れた。取り入れた活動は、「3の倍数の判定法」「不定方程式の整数解の存在」といった単元である。

また、問題演習の時間にもグループでの取り組みを入れた。個人で解く時間も大切なので、時間を区切り、机をグループの形に移動させることで、今まで以上に生徒どうしの教えあう環境を整備した。また、演習には教科書や問題集の問題だけでなく、グループで討議するほうが有意義な問題(良問であれば中学入試問題などをアレンジした)も用意した。こうした授業の変化について、生徒たちの感想をアンケートしたので、紹介したい。

グループでの活動について

- ・ グループワークという数学では珍しい学習の仕方で班で考えることによって理解を深められた
- ・ 友達と考えることができたのですらすら解けました。
- ・ 話し合っただけで性質の理解ができた
- ・ グループワークでの話し合いはみんなの意見を出し合っただけで考えられたのがよかった
- ・ 先生とちがう、といている人目線の説明がわかりやすかった
- ・ 最初からグループだとグループの人にたよりすぎて自分の力にならない気がした
- ・ 自分で思いつかないような考え方を持っている人もいておもしろかったです
- ・ 自分ひとりだとわからないところを流してしまうので、気軽に質問できる環境がよかった

問題解決を自分ですることについて

- ・ ゆとりを持ってすすめられた。見つけたときはちょっとした達成感があった
- ・ 教科書を読むより実際に自分で発見する方が理解が深まるとわかった
- ・ 「気づくことはこれ以上ない」とあきらめていたけど、新たなことに気づけてうれしかった
- ・ 作業が多かったからあきずに進められたと思う

- ・ 大変だったけど、その分印象に残った

上記のように、生徒からの評価は概ね好評であった。

ただ、こういったアンケートの感想以上に、生徒との関係で印象深い出来事がたくさんあった。特に次の3人の生徒との出来事が印象的である。

一人目の生徒は、テストを返却したとき、「授業以外にも、あんなにやったのに…」といつも以上に悔しがっていた。確かに、点数は以前とそれほど変わらないものの、その答案用紙は、それまでのものとは雲泥の差であることは採点時に感じていたので、「君が、授業中も、そして家でも練習したことは伝わってるよ」と答え、その後もことあるごとにやり取りをするようになり、現在でも、今後につなげようとしている。

二人目は、それまでの授業は、伏せて寝てみせるような態度をとるような生徒だったが、少しずつ授業に関わるようになった上、期末テストの結果についての感想を書かせると、「もう少し頑張りたかった。授業は楽しかったけどたまに前日徹夜した日などは寝てしまい、すごく残念だった。次は頑張りたい」と書いてあり、彼の率直な思いをやり取りできたと思う。この言葉通り、現在、授業は彼なりではあるが、頑張ろうとしている姿を見せてくれている。

最後の生徒は、後日の授業中でのことである。別の問題を解いているときに、「そういえば、この『数』の約数の個数はいくつ？」と質問すると、「忘れました」という返答があった。忘れてしまったことに対しては残念だったが、この生徒は、いままで既習事項のほとんどを「わかりません」という答えですぐに済まそうとしていた（内容について興味も無いということ）のだが、今回については教わった（発見した）という事実については印象に残っていた発言であると、私はポジティブ（過ぎるか？）に評価している。

ここまで書いたような生徒の変化は、「整数」という単元の特殊性や、学年全体の学習にむけた取り組みの効果などが融合した結果なのかもしれない。しかし、自分自身が授業後に感じる今までとは違った爽快感を持っているのは確かである。これからも、教材の厳選を続け、実験や観察といった作業を通じたグループ学習を織り交ぜて活発な授業を作っていきたい。

最後になりましたが、佐藤先生をはじめ、本校の副校長などいろいろな方から、授業前、授業後にアイデアや示唆を頂いたこと、そして、分科会での発表の後、質問を熱心にしてくれた学生の熱意など、たくさんの財産を頂きました。本当に感謝します。

4) 何に向かって働きかけるか～おわりにかえて

最後に、今回の企画を通して気づかされたことを書いておきたい。それは教師の働きかけの対象である。私たちは、ついテストで問題が解けたかどうかにはばかり目が行ってしまいがちだが、働きかけの本当の対象はそのようなところにあるのではなく、生徒が前に進もうとしているか、困難な課題から目をそらさずに前を見ようとしているかというところ

にあるのではないか。今回の授業の後、「授業以外にも、あんなにやったのに…」、「すごく残念だった」という声が聞かれたという。このことは、まだ見つかっていない何事か見つけようとした今回の授業を通して、生徒が確かに学んだことを私たちに教えているように思われる。

最後になりましたが、授業作りに関わる機会をくださった岩間先生、および実験的な授業を勧めていただき、いろんなアドバイスもくださった副校長先生に感謝いたします。