

M 先【I 期入試】

2 0 2 6 年 度 大 学 院 入 学 試 験 問 題

先端数理科学研究科 現象数理学専攻 (博士前期課程)

科 目 : 専 門 科 目

◎試験時間は 90 分です.

外国人留学生志願者のみ, 英語による解答を認めます.

◎問題は 2 題出題されています. 2 問とも解答しなさい.

問題用紙は, この表紙を含めて 3 ページあります.

解答用紙は, 問題ごとに 1 枚, 全部で 2 枚あります.

問題用紙, 解答用紙はすべて回収します.

受験番号: _____

氏名: _____

問 1.

[I] 以下の問いに答えよ.

(1) 次の逐次積分の値を求めよ.

$$\int_0^1 \left(\int_{3y}^3 e^{x^2} dx \right) dy$$

(2) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0\}$ とするとき, 次の広義積分の値を求めよ.

$$\iint_D e^{-2x^2-3y^2} dx dy$$

[II] 原点中心で半径が1の円を $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ とする. S の上に4点とも頂点を持つ長方形の面積の最大値を, ラグランジュの未定乗数法を用いて求めよ.

問 2. 0 でない実数 a, b に対して, 3 次正方行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ a & a^2 & ab \\ b & ab & b^2 \end{pmatrix}$$

と定める. 以下の問いに答えよ.

(1) A の固有値を $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ とする. $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ をそれぞれ求めよ.

(2) $k = 1, 2, 3$ に対して, λ_k に対応する A の固有ベクトルを p_k とする.

p_1, p_2, p_3 をそれぞれ求めよ. ただし, p_1, p_2, p_3 は線形独立になるように答えること.

(3) $(1 + a^2 + b^2)A^2 = A^j$ と表せる最小の正の整数 j を求めよ.

(4) n を正の整数とすると, A^n の一般項を求めよ.