2026年度明治大学理工学部外国人留学生入学試験　解答用紙

（　　　　　　　　　　）学科　受験番号（　　　　　　　　　）氏名（　　　　　　　　　　　　　　　）

(1) $\{3m+5n \mid m, n$ は正の整数$\} = \{3m+5 \mid m$ は正の整数$\} \cup \{3m+10 \mid m$ は正の整数$\} \cup \{3m+15 \mid m$ は正の整数$\}$ であるので，18 まで要素を書き出すことで，答えは $\underline{15}$ であると分かる。

(2) 連立方程式

$$\begin{cases} y = x^2+2x-4|x+2| \\ y = k \end{cases}$$

を考える。$x > -2$ のとき $x^2+2x-4|x+2| = (x-1)^2-9$，$x \leqq -2$ のとき $x^2+2x-4|x+2| = (x+3)^2-1$ であることに注意して $y = x^2+2x-4|x+2|$ のグラフを書けば，答えは $\underline{k = 0, -1}$ とわかる。

(3) $2\vec{a}+4\vec{c} = -3\vec{b}$ として，両辺の絶対値の 2 乗を内積を用いて計算すると $4+16\,\vec{a}\cdot\vec{c}+16 = 9$ となるので，$\underline{\vec{a}\cdot\vec{c} = -\frac{11}{16}}$ となる。

上と同様に $3\vec{b}+4\vec{c} = -2\vec{a}$ によって $9+24\,\vec{b}\cdot\vec{c}+16 = 4$ となり，$\underline{\vec{b}\cdot\vec{c} = -\frac{7}{8}}$ と分かる。

$|\vec{a}+\vec{b}+t\vec{c}|$ が最小となるのは $(\vec{a}+\vec{b}+t\vec{c})\cdot\vec{c} = 0$ となるときであり，$-\frac{11}{16}-\frac{7}{8}+t = 0$ によって $\underline{t = \frac{25}{16}}$ のときに最小値をとるとわかる。

(4) $f_n(x) = e^x - \left(1+\frac{x}{1!}+\cdots+\frac{x^n}{n!}\right)$ とおき，n に関する数学的帰納法で $x > 0$ のときに $f_n(x) > 0$ を示す。

$n = 1$ のとき。$f_1(0) = 0$ であり，$x > 0$ のとき $f_1'(x) = e^x - 1 > 0$ なので平均値の定理によって $x > 0$ のとき $f_1(x) > 0$ となる。(数学的帰納法を $n = 0$ から始めても良い)

$n \geqq 1$ として，$x > 0$ とき $f_n(x) > 0$ と仮定する。$f_{n+1}(0) = 0$ であり，$x > 0$ とき $f_{n+1}'(x) = f_n(x) > 0$ であるので，平均値の定理により $x > 0$ のとき $f_{n+1}(x) > 0$ となる。

(5) 関数 $x\sin x$ の不定積分の一つを $g(x)$ とおくと，$f(x) = g(2x) - g(-x)$ である。よって，

$$f'(x) = 2g'(2x) - (-1)g'(-x) = (8\cos x + 1)x\sin x$$

となり，増減表を書くと，$0 \leqq x \leqq \pi$ の範囲では関数 $f(x)$ は $x = 0$ または $x = \pi$ で最小値をとることがわかる。$f(0) = 0$ であり，$f(\pi)$ は部分積分を使って計算すると $-\pi$ になるので，最小値は $\underline{-\pi}$ である。

(注意) 別の解法もあり得ます。

裏面使用不可