2026 年度 明治大学総合数理学部

外国人留学生入学試験

【数学】解答

・公開する解答には、別解がある場合があります。
・本件についての質問等には、個別に回答することはいたしません。

[問題 1]
与式の $2 \times \{(\text{左辺})-(\text{右辺})\}$ を求めると、

$$2(\text{左辺}) - 2(\text{右辺}) = 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca = (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \geqq 0$$

よって、$(\text{左辺}) \geqq (\text{右辺})$ が成立する。

[問題 2]
$\sqrt{2} + \sqrt{3}$ が有理数 r であると仮定する $(r \neq 0)$。

$$r = \sqrt{2} + \sqrt{3} \Leftrightarrow r - \sqrt{2} = \sqrt{3}$$

両辺を 2 乗して、

$$(r - \sqrt{2})^2 = \sqrt{3}^2 \Leftrightarrow r^2 - 2\sqrt{2}r + 2 = 3 \Leftrightarrow r^2 - 1 = 2\sqrt{2}r \Leftrightarrow \sqrt{2} = \frac{r^2 - 1}{2r}$$

最後の式において、r は有理数なので、$r^2 - 1$ や $2r$ は有理数で、よって右辺の $\dfrac{r^2-1}{2r}$ も有理数。一方、左辺の $\sqrt{2}$ は無理数なので矛盾する。以上より、$\sqrt{2} + \sqrt{3}$ は有理数ではなく、無理数である。

以　上