

入学前教育課題 No. 1

高校名 _____ 入試形態 _____ 名前 _____

I. 三角比・図形の計量

1. $\sin \theta = \frac{2}{3}$ のとき, $\cos \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めよ. (ただし, $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする.)

2. $\triangle ABC$ において $A = 105^\circ$, $B = 45^\circ$, $c = 4$ であるとき, b および $\triangle ABC$ の外接円の半径 R を求めよ.

3. $\triangle ABC$ において, $a = 13, b = 7, c = 15$ であるとき, A を求めよ. また, $\triangle ABC$ の面積も求めよ.

4. 円 O に内接する四角形 $ABCD$ は $AB = 2, BC = 3, CD = 1, B = 60^\circ$ であるとき, 次のものを求めよ.

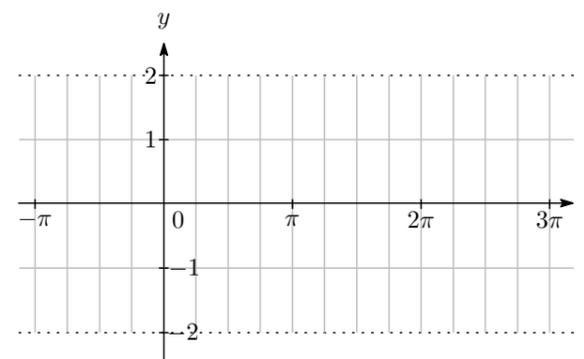
(1) 線分 AC の長さ

(2) 辺 AD の長さ

(3) 四角形 $ABCD$ の面積

II. 三角関数

1. $y = 2 \sin \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right)$ のグラフをかけ.



2. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\sin \beta = \frac{5}{13}$ のとき, $\cos(\alpha - \beta)$ の値を求めよ. ただし, α は第1象限, β は第2象限の角とする.

3. $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ.

4. $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, $2 \cos^2 \theta + \sin \theta - 1 = 0$ を解け.

III. 指数関数・対数関数

1. 次の式を簡単にせよ.

(1) $\sqrt[3]{\sqrt{5^{12}}}$

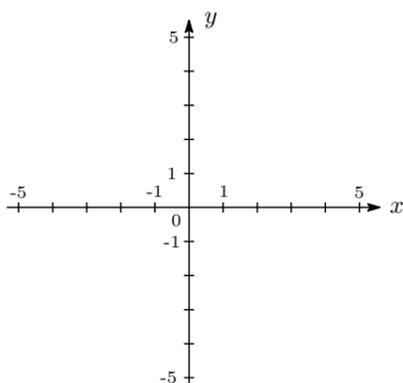
(2) $\sqrt{3} \times \sqrt[6]{3} \div \sqrt[3]{9}$

(3) $\log_5 \sqrt{2}$

(4) $\log_{10} 8 + \log_{10} 400 - 5 \log_{10} 2$

(5) $\log_3 18 - \log_9 4$

2. $y = 2^x$, $y = \log_2 x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ のグラフをかけ.



また、描いたグラフを参考に次の空欄を埋めよ.

○ 指数関数の性質 ($y = a^x$)

- (1) 定義域は であり、値域は である.
- (2) グラフは点 を通る.
- (3) グラフは を漸近線とする.
- (4) $a > 1$ のとき、 x の値が増加すると y の値は する. $0 < a < 1$ のとき、 x の値が増加すると y の値は する.

○ 対数関数の性質 ($y = \log_a x$)

- (1) 定義域は であり、値域は である.
- (2) グラフは点 を通る.
- (3) グラフは を漸近線とする.
- (4) $a > 1$ のとき、 x の値が増加すると y の値は する. $0 < a < 1$ のとき、 x の値が増加すると y の値は する.

(ア)		(イ)	
(ウ)		(エ)	
(オ)		(カ)	
(キ)		(ク)	

IV. 直線と円

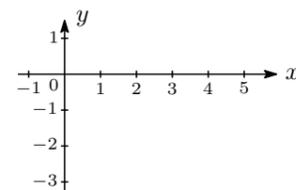
1. 点 $P(-5, 10)$ を通り、円 $x^2 + y^2 = 25$ に接する直線の方程式を求めよ.

2. $x - y + 2 = 0$ が円 $x^2 + y^2 = 5$ によって切り取られる弦の長さを求めよ.

V. 複素数平面

1. $\alpha = 3 - 2i$, $\beta = 2 + i$ のとき、次の問いに答えよ.

(1) $\alpha + \beta$ を求め、右の複素数平面に図示せよ.



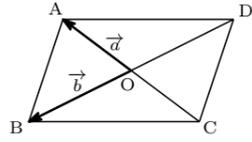
(2) 2点 α, β の距離を求めよ.

2. $\frac{\sqrt{3}(\cos \frac{11}{18}\pi + i \sin \frac{11}{18}\pi)}{2(\cos \frac{5}{18}\pi + i \sin \frac{5}{18}\pi)}$ を計算せよ.

3. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ を極形式で表せ.

VI. 平面上のベクトル

1. 平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし、 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ とするとき、次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} を使って表せ。



- (1) \vec{AB} (2) \vec{BC} (3) \vec{BD}
 (4) $\vec{CD} - \vec{AD}$

2. $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{7}$ のとき、次のものを求めよ。

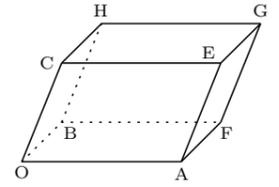
- (1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ (2) \vec{a} , \vec{b} のなす角 θ (3) $|\vec{a} - 3\vec{b}|$

3. $\triangle ABC$ において、辺 AB を 2 : 1 に内分する点を M, 辺 AC を 3 : 2 に内分する点を N, 線分 BN と CM の交点を P とする。このとき \vec{AP} を $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AC} = \vec{c}$ を使って表せ。

4. 2 点 $(-3, 2)$, $(2, -4)$ を通る直線の方程式を媒介変数 t を用いて表し、次に t を消去した形で表せ。

VII. 空間座標とベクトル

1. 右の図の平行六面体 OAFB-CEGH において、 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とし、辺 FG の中点を M とするとき \vec{OM} , \vec{GC} , \vec{AH} , \vec{CM} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} で表せ。



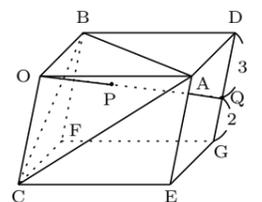
2. $\vec{a} = (2, 1, 3)$, $\vec{b} = (-1, 0, 1)$, $\vec{c} = (2, 3, 1)$ のとき、 $\vec{d} = (-2, -2, 4)$ を $l\vec{a} + m\vec{b} + n\vec{c}$ の形で表せ。

3. $A(-2, 1, 3)$, $B(-3, 1, 4)$, $C(-3, 3, 5)$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 2 つのベクトル \vec{AB} , \vec{AC} のなす角 θ を求めよ。

- (2) 3 点 A, B, C で定まる $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ。

4. 右の図の平行六面体 OADB-CEGF において、辺 DG を 3 : 2 に内分する点を Q, 直線 OQ が平面 ABC と交わる点を P とする。このとき、OP : PQ を求めよ。



VIII. 導関数

1. 関数 $f(x) = x^2 - x$ について、次のものを求めよ.

(1) $x = 1$ から $x = 1 + h$ ($h \neq 0$) まで変化するときの平均変化率

(2) $x = 1$ における微分係数

2. 関数 $y = -x^2 + 3x$ のグラフに、点 $(1, 3)$ から引いた接線の方程式を求めよ.

IX. 不定積分

1. 次の不定積分を求めよ.

(1) $\int (x^2 - 4x + 2) dx$

(2) $\int (x + 2)(1 - 3x) dx$

(3) $\int t(t - 1)(t + 2) dt - \int (t^2 - 1)(t + 2) dt$

2. 次の問いに答えよ.

(1) $f'(x) = 3x^2 - 2x$, $f(2) = 0$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ.

(2) 曲線 $y = f(x)$ が点 $(1, 0)$ を通り、更に点 $(x, f(x))$ における接線の傾きが $x^2 - 1$ であるとき、 $f(x)$ を求めよ.

X. 極限

1. 次の極限值を求めよ.

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3}{n + 1}$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n + 1} - \sqrt{n})$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin n\theta$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n - 5^n}{3^n + 5^n}$

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \log_2 \sqrt[n]{3}$

(6) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x^2 - x - 2}$

(7) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 1} - \sqrt{2}}{x - 1}$

(8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$

(9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

(10) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4^x}{3^x + 2^x}$

2. $r > 0$ のとき、数列 $\left\{ \frac{r^{n+1}}{1 + r^n} \right\}$ の極値を調べよ.

3. 等式 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+1} - b}{x - 1} = \sqrt{2}$ が成り立つように、定数 a, b の値を定めよ.

入学前教育課題 No. 3

高校名 _____ 入試形態 _____ 名前 _____

XI. 微分

1. 次の関数を微分せよ.

(1) $y = \frac{1}{2x+3}$

(2) $y = \sqrt[4]{2x+1}$

(3) $y = \cos^3 x$

(4) $y = x \sin x$

(5) $y = \log_5(2x-1)$

(6) $y = xe^x$

2. 曲線 $y = \frac{x^2+1}{x}$ の概形をかけ. (増減表を作成)3. 原点から曲線 $y = \log x$ へ引いた接線の方程式を求めよ.4. $y = \sin x(1 - \cos x)$ ($0 \leq x \leq \pi$) の最大値と最小値を求めよ.5. 方程式 $e^x = ax$ の実数解の個数について調べよ. (ただし, a は定数とする.)

XII. 積分

1. 次の定積分を求めよ.

$$(1) \int_0^4 \sqrt{x} dx$$

$$(2) \int_1^2 \frac{2x+3}{x^2} dx$$

$$(3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$$

$$(4) \int_0^2 x(2-x)^3 dx$$

$$(5) \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$(6) \int_1^e x \log x dx$$

$$(7) \int_0^1 (2x+1)e^x dx$$

$$(8) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\cos x + \tan x) dx$$

2. 関数 $F(x) = \int_0^x (x-t) \cos t dt$ を x で微分せよ.

3. $0 \leq x \leq 2\pi$ において, 2 曲線 $y = \sin x$, $y = \cos x$ で囲まれた図形の面積を求めよ.

4. 放物線 $y^2 = x$ と 直線 $y = x - 2$ で囲まれた図形の面積を求めよ.

5. 半径 r の球の体積を半円 $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体と
考えて求めよ.

6. 楕円 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ で囲まれた図形を次の直線のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ.

(1) x 軸

(2) y 軸