

明治大学大学院理工学研究科

数学専攻 博士前期課程

基礎・専門科目 試験問題

◎ 問題は、次の 8 問が出題されています。

基礎科目 必修問題 2 題： 問題 1、問題 2 の 2 題はかならず解答してください

専門科目 選択問題 6 題： 問題 3-問題 8 から 1 題選択して解答してください

注意事項

- 1 配付された問題・解答用紙は、この表紙を含めて 9 枚です。他に計算用紙 1 枚があります。
確認してください。
- 2 問題冊子の所定欄（表紙、問題・解答用紙）全てに、受験番号・氏名を記入してください。
- 3 選択問題 6 題は、代数系、幾何系、数理解析系の 3 つの系からこの順でそれぞれ 2 題ずつ計 6 題出題されています。このなかから、任意に 1 題選択して解答してください。
解答は、解答欄に記入してください。（書ききれない場合は、裏面を使用してください。）
 - ① 選択した問題の番号を下の表に○で示してください。

3	4	5	6	7	8

 - ② 選択しなかった問題・解答用紙の全面に大きく×印を書いてください。
- 4 試験時間は、120 分です。
- 5 解答欄が足りない場合は、裏面に記入してください。
- 6 配付された問題・解答用紙および計算用紙全てを提出してください。

以 上

課 程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
博士前期	基礎・専門	受験番号	氏 名	

2026 年度 I 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

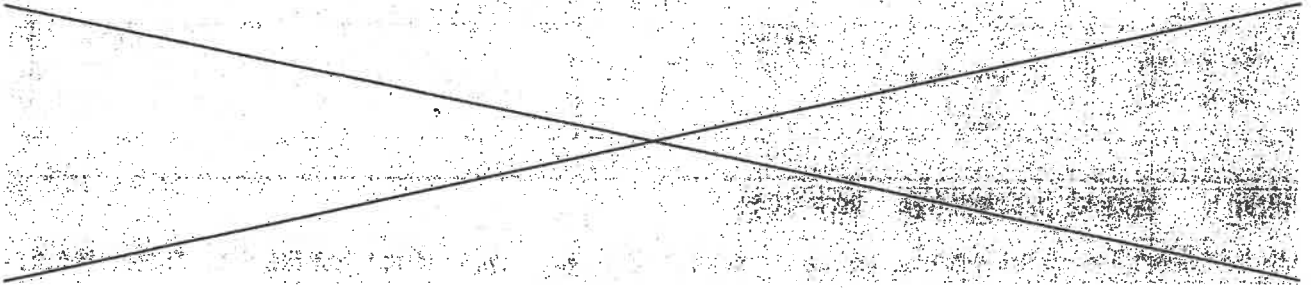
問題 1. 基礎科目試験問題 線形代数

- (1) V を実数体上のベクトル空間とし, $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ および $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ が共に V の基底とする。次の問に答えよ。
- a) $\{y_1, x_2, \dots, x_n\}$ が V の基底となるような y_i が存在することを示せ。
- b) $\{x_1, y_1, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_n\}$ が V の基底となるような y_i が存在することを示せ。
- (2) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ とおく。次の問に答えよ。
- a) A は正規行列であることを確かめよ。
- b) $U^{-1}AU$ が対角行列となるようなユニタリ行列 U を求めよ。
- c) $x \mapsto Ax$ で定まる $\mathbb{R}^2$ の線形変換を f で表わす。 $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ とおくとき, $\mathbb{R}^2$ の基底 $\{a, b\}$ に関する f の表現行列を求めよ。

解答欄

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--



----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

2026 年度 I 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 2. 基礎科目試験問題 微分積分

$f(x) = x \log(x^2 + 1)$, $g(x) = \arctan(x)$ とおくとき, 以下の問に答えよ。

なお, $\log$ は自然対数であり, $y = \arctan(x)$ は $y = \tan x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$ の逆関数である。

(1) 不定積分 $\int x \arctan(x) dx$ を求めよ。

(2) $h(x) = f(x) - g(x)$ とおくとき, 以下の問に答えよ。

a) $h(x)$ の導関数 $h'(x)$ は, 区間 $x > 0$ において単調増加であることを示せ。

b) ある正の実数 a が存在して, 区間 $0 < x < a$ で $h(x) < 0$, 区間 $x > a$ で $h(x) > 0$ となることを示せ。

(3) $F(x, y) = f(\sqrt{x^2 + y^2})$, $G(x, y) = g(\sqrt{x^2 + y^2})$, $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ とおくとき, 二重積分

$\iint_D |F(x, y) - G(x, y)| dx dy$ を計算せよ。なお, 必要あれば $6.9 < \log 2 < 7$ であることを用いよ。

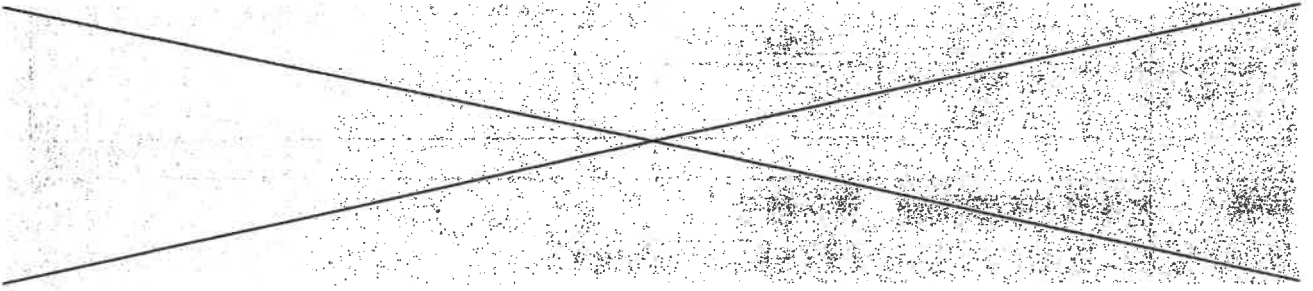
解答欄

解答を続ける場合は, この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----



2026 年度 I 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 3. 専門科目試験問題 代数系

A, B は群, $\text{Aut}(A)$ は A の自己同型群, $\rho: B \rightarrow \text{Aut}(A)$ は準同型写像としたとき, $b \in B$ に対して, $\text{Aut}(A)$ の元 $\rho(b)$ を単に ρ_b と書き表すことにする。

(1) A, B は群, $\rho: B \rightarrow \text{Aut}(A)$ は準同型とする。 $a_1, a_2 \in A$ と $b_1, b_2 \in B$ に対して,

$$(a_1, b_1) \cdot (a_2, b_2) := (a_1 \cdot \rho_{b_1}(a_2), b_1 \cdot b_2)$$

によって直積集合 $A \times B$ 上に演算を定義する。この演算により, $A \times B$ は群になることを証明せよ。

以下, 直積群と区別するため, この群を $A \rtimes_{\rho} B$ と表す。

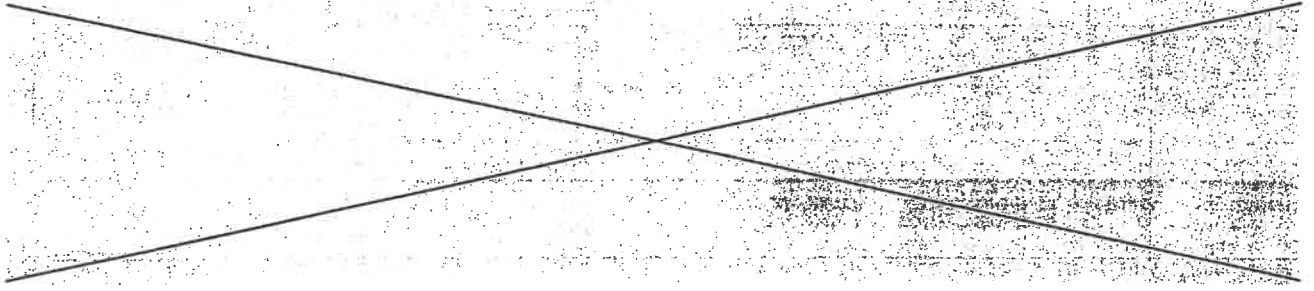
(2) G, Q は群, $p: G \rightarrow Q$ は準同型, $N = \text{Ker}(p)$ とおく。また, $s: Q \rightarrow G$ は, $p \cdot s = \text{id}_Q$ をみたす準同型とする。このとき, 準同型 $\varphi: Q \rightarrow \text{Aut}(N)$ をうまく定義することにより, $f((n, q)) = n \cdot s(q)$ (ただし, $n \in N, q \in Q$) で定まる射 $f: N \rtimes_{\varphi} Q \rightarrow G$ は同型写像になることを証明せよ。

解答欄

解答を続ける場合は, この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)



----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----

2026 年度 I 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 4. 専門科目試験問題 代数系

$\mathbb{R}$ は実数体とする。 x は変数であり, $\mathbb{R}[x]$ は $\mathbb{R}$ 上の一変数多項式環とする。

(1) 定数でない $f(x) \in \mathbb{R}[x]$ は, 有限個の一次式と有限個の二次式の積に因数分解できることを証明せよ。(代数学の基本定理は証明なしに使ってよい。)

(2) $f(x), g(x) \in \mathbb{R}[x]$ で $g(x) \neq 0$ とする。このとき, $f(x)/g(x)$ は,

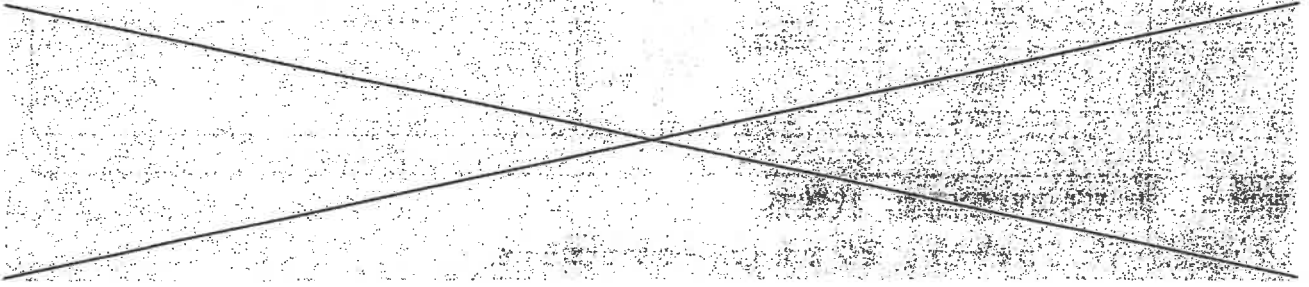
- $\mathbb{R}[x]$ の元,
- $\frac{a}{(x+b)^n}$ の形の元 (ただし, $a, b \in \mathbb{R}, n$ は自然数),
- $\frac{ax+b}{(x^2+cx+d)^n}$ の形の元 (ただし, $a, b, c, d \in \mathbb{R}, n$ は自然数で, $x^2+cx+d=0$ は実数解を持たない)

らの有限和として書き表せることを証明せよ。

解答欄

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--



----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

2026 年度 I 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 5. 専門科目試験問題 幾何系

(1) I を 0 を含む $\mathbb{R}$ の開集合とする。 C^∞ 級関数 $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, $g: I \rightarrow \mathbb{R}$ は, $f(0) = g(0) = 0$ かつ任意の $x \in I$ に対して $0 \leq f(x) \leq g(x)$ をみたすとする。 $\mathbb{R}^2$ 内の曲線 $c_f(t) = (t, f(t))$, $c_g(t) = (t, g(t))$ ($t \in I$) の曲率をそれぞれ $\kappa_f(t)$, $\kappa_g(t)$ で表す。このとき, $0 \leq \kappa_f(0) \leq \kappa_g(0)$ が成り立つことを示せ。

(2) D を $(0, 0)$ を含む $\mathbb{R}^2$ の開集合とする。 C^∞ 級関数 $F: D \rightarrow \mathbb{R}$, $G: D \rightarrow \mathbb{R}$ は, $F(0, 0) = G(0, 0) = 0$ かつ任意の $(x, y) \in D$ に対して $0 \leq F(x, y) \leq G(x, y)$ をみたすとする。パラメータ表示

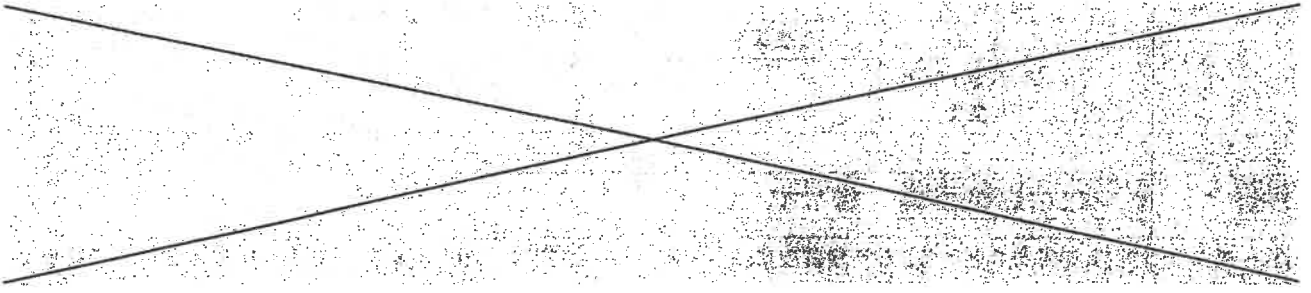
$$p_F(x, y) = (x, y, F(x, y)), \quad p_G(x, y) = (x, y, G(x, y)) \quad ((x, y) \in D)$$

により表される $\mathbb{R}^3$ 内の曲面 M_F, M_G のガウス曲率をそれぞれ $\kappa_F(x, y)$, $\kappa_G(x, y)$ で表す。このとき, $0 \leq \kappa_F(0, 0) \leq \kappa_G(0, 0)$ が成り立つことを示せ。

解答欄

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--



----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

2026 年度 I 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 6. 専門科目試験問題 幾何系

$\mathbb{R}^3$ の部分集合 S_1, S_2, S_3 を $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 4\}$, $S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1\}$, $S_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 1\}$ と定め, $X = S_1 \cup S_2 \cup S_3$ とおく。また, $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = 0\}$ とおき, $Y = X \cap V$ と定める。この $\mathbb{R}^3$ の部分集合 X, Y にそれぞれ相対位相を入れる。

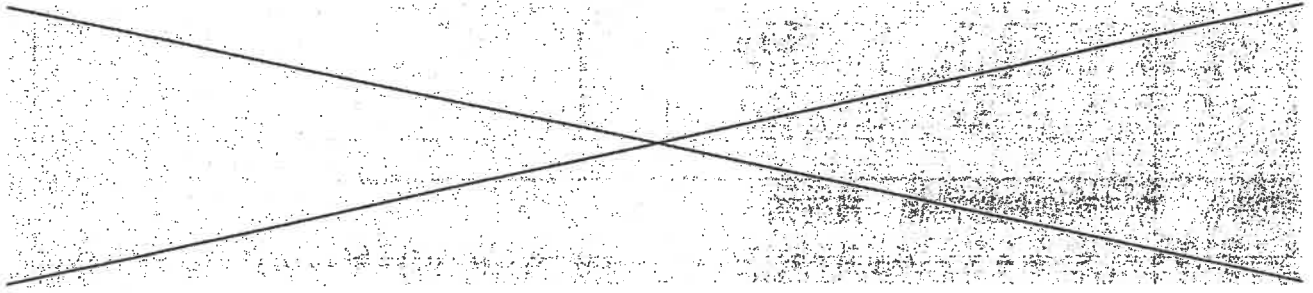
- (1) Y の単体分割をひとつ定め, Y の $\mathbb{R}$ 係数ホモロジー群を求めよ。
 (2) X の単体分割をひとつ定め, X の $\mathbb{R}$ 係数ホモロジー群を求めよ。

解答欄

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)



----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----

2026 年度 I 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 7. 専門科目試験問題 数理解析系

a を正の実数の定数とする。

(1) 複素関数 $f(z)$ を以下で定める。

$$f(z) = \frac{e^{iz}}{z^2 - (1+a)iz - a}$$

$f(z)$ の極をすべて求め、それぞれの位数と、その点での留数を求めよ。

(2) 以下の積分を求めよ。ただし、積分路は実軸を動くものとする。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 - (1+a)ix - a} dx$$

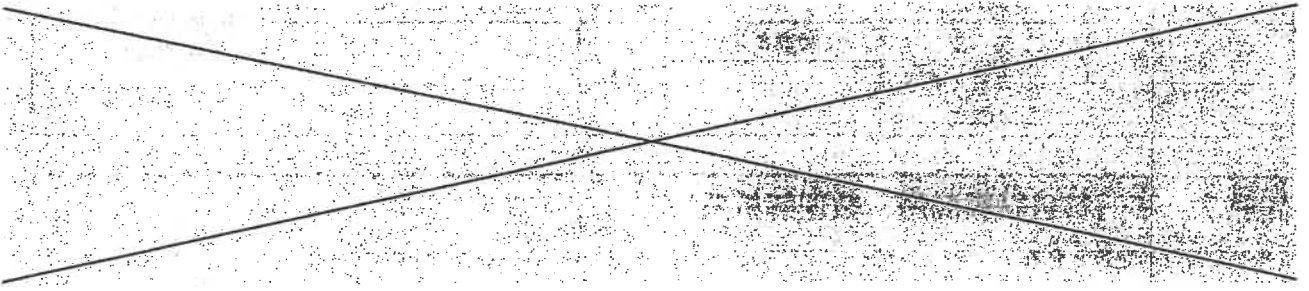
解答欄

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----



2026 年度 I 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 8. 専門科目試験問題 数理解析系

p を実数の定数とする。次の微分方程式系を考える。

$$\begin{cases} \dot{x} = -px + xy, \\ \dot{y} = -py + x^2(1-y)y^2, \end{cases} \quad (x(t), y(t)) \in \mathbb{R}^2, \quad t \in \mathbb{R}. \quad (\text{Eq})$$

ただし, $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$ である。

(1) $0 < p < 1$ のとき, 微分方程式系 (Eq) の平衡点をすべて求め, それらの安定性を判定せよ。

(2) $(x_0(t), y_0(t))$ を $p = 0$ のときの微分方程式系 (Eq) の解とする。

(2a) t を消去することにより, $y_0(t)$ を $x_0(t)$ の関数として考える。このとき, $\frac{dy_0}{dx_0}$ を x_0 と y_0 の式で表せ。

(2b) $y_0(t) \neq 0$ である任意の解 $(x_0(t), y_0(t))$ に対して, $\frac{d}{dt}H(x_0(t), y_0(t))$ が t について恒等的に 0 となるような関数 $H(x_0, y_0)$, すなわち, (Eq) の $y_0 = 0$ を除いた任意の解曲線が $z = H(x_0, y_0)$ のグラフの等高線によって与えられるような関数 $H(x_0, y_0)$ を 1 つ求めよ。

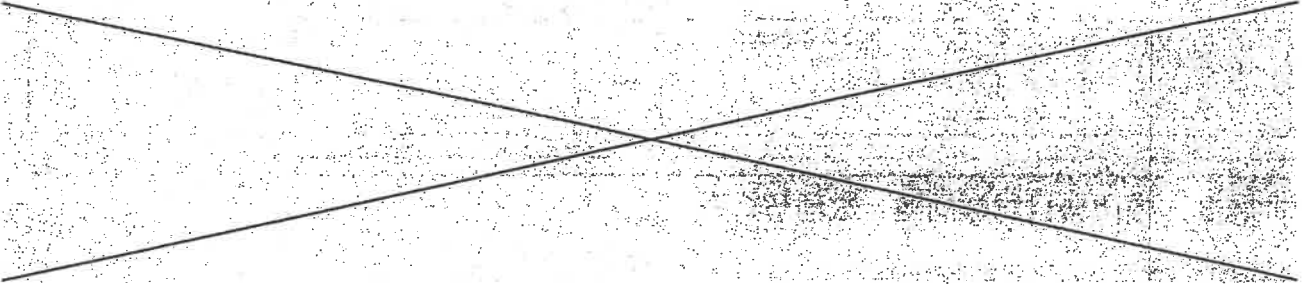
解答欄

解答を続ける場合は, この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----



2025年 7月19日

理工学研究科 数学 専攻

入試問題訂正連絡票

試験科目

基礎・専門

時 限

/

時限

P. 3

下

から

1

行目

問題 2 (3)

(誤) なお, 必要あれば $6.9 < \log 2 < 7$
であることを用いよ。

(正) なお, 必要ならば $0.69 < \log 2 < 0.7$
であることを用いよ。