

明治大学大学院理工学研究科

数学専攻 博士前期課程

基礎・専門科目 試験問題

◎ 問題は、次の 8 問が出題されています。

基礎科目 必修問題 2 題： 問題 1、問題 2 の 2 題はかならず解答してください

専門科目 選択問題 6 題： 問題 3-問題 8 から 1 題選択して解答してください

注意事項

- 配付された問題・解答用紙は、この表紙を含めて 9 枚です。他に計算用紙 1 枚があります。
確認してください。
- 問題冊子の所定欄（表紙、問題・解答用紙）全てに、受験番号・氏名を記入してください。
- 選択問題 6 題は、代数系、幾何系、数理解析系の 3 つの系からこの順でそれぞれ 2 題ずつ計 6 題出題されています。このなかから、任意に 1 題選択して解答してください。
解答は、解答欄に記入してください。（書ききれない場合は、裏面を使用してください。）
 - 選択した問題の番号を下の表に○で示してください。

3	4	5	6	7	8
 - 選択しなかった問題・解答用紙の全面に大きく×印を書いてください。
- 試験時間は、120 分です。
- 解答欄が足りない場合は、裏面に記入してください。
- 配付された問題・解答用紙および計算用紙全てを提出してください。

以 上

課 程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
		受験番号	氏 名	
博士前期	基礎・専門			

2026 年度 II 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 1. 基礎科目試験問題 線形代数

(1) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ とおく。このとき、 PAP^{-1} が対角行列となるような直交行列 P を一つ求めよ。

(2) n_1, n_2, n_3, n_4 は、 $0 \leq n_1 < n_2 < n_3 < n_4$ を満たす整数とする。

a) 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ n_1 & n_2 & n_3 & n_4 \\ n_1(n_1-1) & n_2(n_2-1) & n_3(n_3-1) & n_4(n_4-1) \\ n_1(n_1-1)(n_1-2) & n_2(n_2-1)(n_2-2) & n_3(n_3-1)(n_3-2) & n_4(n_4-1)(n_4-2) \end{pmatrix}$ は正則行列であることを証明せよ。

b) c_1, c_2, c_3, c_4 は実数とし、変数 x に関する多項式 $f(x) = c_1x^{n_1} + c_2x^{n_2} + c_3x^{n_3} + c_4x^{n_4}$ について考える。もし、 $f(x)$ が $(x-1)^4$ で割り切れるなら、 $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 0$ であることを証明せよ。

解答欄

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----

2026 年度 II 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 2. 基礎科目試験問題 微分積分

$f(x) = \cosh(2x^2)$, $g(x) = e^{x^2}$, $h(x) = x^4 - 2x^3 + 1$ とおくとき、以下の問に答えよ。なお、 e は自然対数の底であり、

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \text{ である。}$$

(1) ある $\alpha \in (1, 2)$ が存在して、区間 $1 < x < \alpha$ で $h(x) < 0$ となり、区間 $x > \alpha$ で $h(x) > 0$ となることを示せ。

(2) 方程式 $f(x) = g(x)$ の実数解の個数を求めよ。

(3) 以下の空欄 ～ に当てはまる数を答えよ。最終結果だけでなく、考察の途中経過も記すこと。

$F(x, y) = f(\sqrt{x^2 + y^2})$, $G(x, y) = g(\sqrt{x^2 + y^2})$ とおくとき、2つの曲面 $z = F(x, y)$ と $z = G(x, y)$ で囲まれた立体の体積 V は、 $p = \text{ア}$, $q = \text{イ}$, $r = \text{ウ}$ とおくと、(1) の α を用いて $V = (p\alpha^2 + q\alpha + r)\pi$ と表すことができる。

解答欄

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点数	
----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----

2026 年度 II 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 3. 専門科目試験問題 代数系

(1) G を群、 H を G の部分群とする。 G の部分集合 N および C を

$$N = \{g \in G \mid Hg = gH\}, \quad C = \{g \in G \mid \text{任意の } h \in H \text{ に対し、} hg = gh\}$$

と定める。次の各問に答えよ。

- a) N は G の部分群であることを示せ。
 - b) C は N の正規部分群であることを示せ。
- (2) C_8 を位数 8 の巡回群とする。次の各問に答えよ。
- a) C_8 の自己同型群 $\text{Aut}(C_8)$ は巡回群ではないことを示せ。
 - b) C_8 の部分群の個数を求めよ (答えだけでなく途中の導出過程も説明せよ)。

解答欄

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----

2026 年度 II 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 4. 専門科目試験問題 代数系

(1) R を乗法の単位元を持つ可換環、 a を R の元とする。 R のイデアル I に対し、 R の部分集合 aI を $aI = \{ar \mid r \in I\}$ と定める。次の各問に答えよ。

- a) R のイデアル I に対し、 aI は R のイデアルであることを示せ。
 b) R が整域のとき、 R のイデアル I および J に対し、等式 $aI \cap aJ = a(I \cap J)$ を示せ。

(2) $\mathbb{Z}$ を整数全体のなす集合とする。また、 $M_2(\mathbb{Z})$ を整数を成分とする 2 次正方行列全体のなす環とする。 $M_2(\mathbb{Z})$ の部分集合 A を

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} a & 3b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$$

と定める。次の各問に答えよ。

- a) A は行列の和と積を演算として、乗法の単位元を持つ可換環をなすことを示せ。
 b) A は整域であることを示せ。
 c) A は体ではないことを示せ。

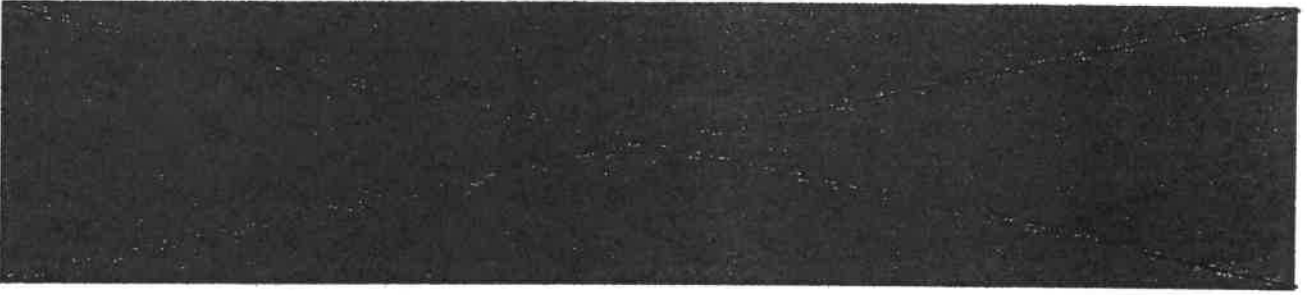
解答欄

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----



2026 年度 II 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

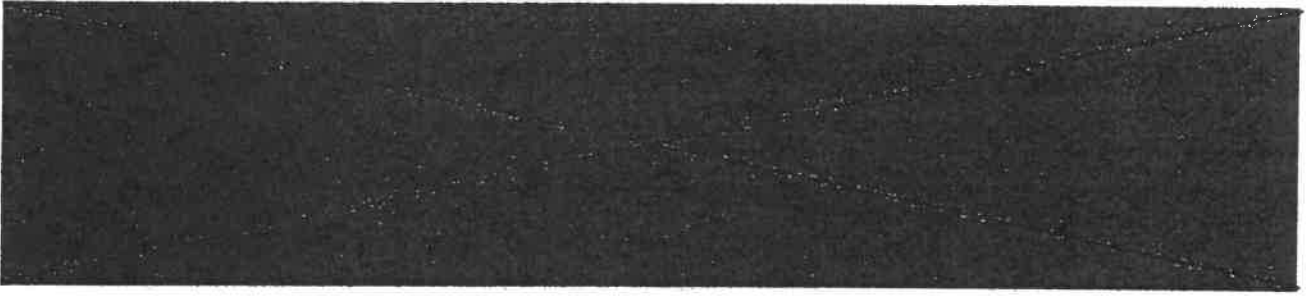
問題 5. 専門科目試験問題 幾何系

- (1) 3次元ユークリッド空間 $\mathbb{R}^3$ 内の滑らかな曲面のガウス曲率は、正則パラメータ表示の取り方によらないことを示せ。
 (2) 滑らかな曲面 $S \subset \mathbb{R}^3$ のガウス曲率と平均曲率が恒等的に 0 のとき、 S はある平面に含まれることを示せ。

解答欄

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--



----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

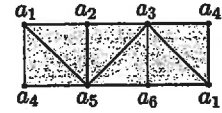
2026 年度 II 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 6. 専門科目試験問題 幾何系

右の展開図で与えられるメビウスの帯の単体分割を K とする。ただし、 $a_1, \dots, a_6$ は頂点のラベルである。

- (1) K の整数係数の 1 次元ホモロジー群 $H_1(K)$ の基底を求めよ。
- (2) 単体的複体 $L = \{|b_1|, |b_2|, |b_3|, |b_4|, |b_5|, |b_6|, |b_1b_2|, |b_2b_3|, |b_3b_4|, |b_4b_5|, |b_5b_6|, |b_6b_1|\}$ と、 $\varphi(b_i) = a_i$ ($i = 1, \dots, 6$) により定まる単体写像 $\varphi: L \rightarrow K$ に対し、 φ が誘導するホモロジー群の間の準同形写像 $\varphi_*: H_1(L) \rightarrow H_1(K)$ を $H_1(L)$ と $H_1(K)$ の基底を用いて表せ。



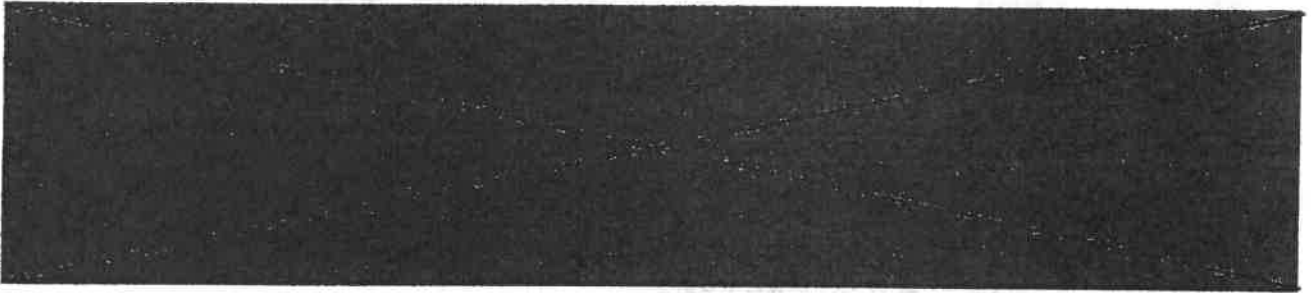
解答欄

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点数	
----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----



2026 年度 II 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻	
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名

問題 7. 専門科目試験問題 数理解析系

c を正の実数として、複素平面の $\text{Im}(z) > -c$ の範囲にある $z \in \mathbb{C}$ に対し、

$$f_c(z) = \frac{\log(z + ci)}{(z - i)^2}$$

で定まる関数を考える。ただし、 $\text{Im}(z)$ は $z \in \mathbb{C}$ の虚部を表し、複素対数 $\log(z + ci)$ は上記の範囲で定義された一価の正則関数であり $z = 0$ で $\log c + \frac{\pi}{2}i$ なる値をとるものとする。

- (1) $\log(z + ci)$ および $\frac{1}{(z - i)^2}$ のマクローリン級数の第 n 項を求めよ。また、 $f_c(z)$ のマクローリン級数の収束半径を求めよ。
- (2) 以下の積分を求めよ。ただし、積分路は実軸とする。

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_c(x) dx$$

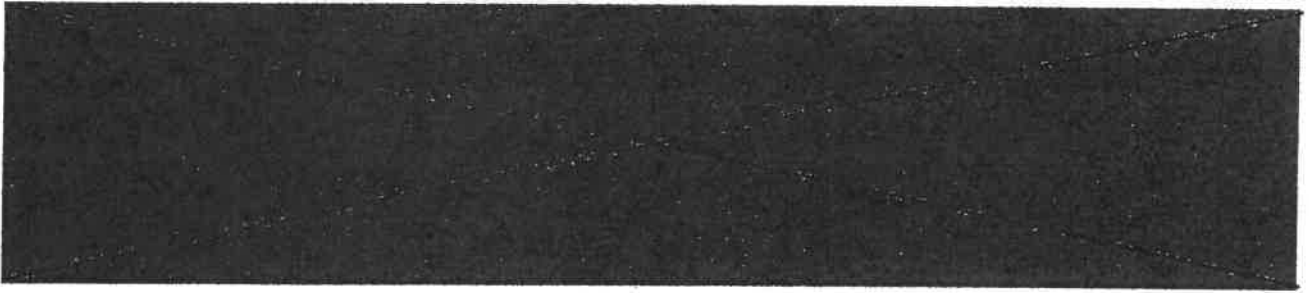
解答欄

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----



2026 年度 II 期入学試験 問題及び解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 数学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 8. 専門科目試験問題 数理解析系

$n \geq 1$ を整数とする。次の微分方程式系を考える。

$$\begin{cases} \dot{x} = -x - y, \\ \dot{y} = x - y, \\ \dot{z} = z + (x^2 + y^2)^n, \end{cases} \quad (x(t), y(t), z(t)) \in \mathbb{R}^3, \quad t \in \mathbb{R}. \quad (\text{Eq})$$

ただし、 $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$, $\dot{z} = \frac{dz}{dt}$ である。

(1) 極座標変換

$$x(t) = r(t) \cos \theta(t), \quad y(t) = r(t) \sin \theta(t)$$

によって新しい変数 $r(t), \theta(t)$ を導入する。 $(x(t), y(t), z(t))$ が (Eq) の解であるとき、 $(r(t), \theta(t), z(t))$ が満たす微分方程式を求めよ。

(2) x_0, y_0, z_0 を実数とする。初期条件

$$(x(0), y(0), z(0)) = (x_0, y_0, z_0) \quad (\text{Inv})$$

のもとでの微分方程式系 (Eq) の初期値問題の解 $(x(t), y(t), z(t))$ のうち、 $z(t)$ を求めよ。

(3) 初期値の集合 S_n を

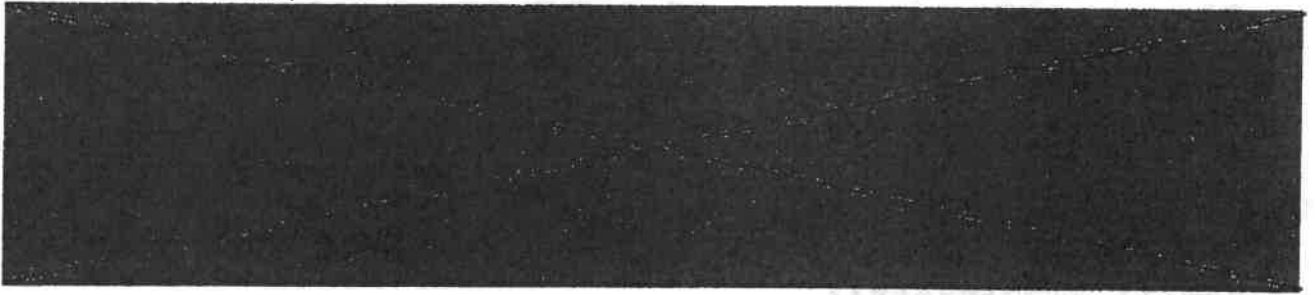
$$S_n = \left\{ (x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R}^3 \mid \text{初期条件 (Inv) のもとでの (Eq) の解が } \lim_{t \rightarrow \infty} (x(t), y(t), z(t)) \rightarrow (0, 0, 0) \text{ を満たす} \right\}$$

と定義すると、整数 $n \geq 1$ を固定するごとに S_n は $\mathbb{R}^3$ 内の曲面を与える。曲面 S_n の方程式を求めよ。

解答欄

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--



----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)