

明治大学大学院理工学研究科 物理学専攻 博士前期課程

基礎・専門科目 試験問題

注意事項

- 1 配付された問題・解答用紙は、この表紙を含めて7枚です。他に計算用紙3枚があります。
確認してください。
- 2 問題冊子の所定欄（表紙、問題・解答用紙）全てに、受験番号・氏名を記入してください。
- 3 問題は、3問出題されています。3問とも必ず解答してください。
※ 表紙、問題及び解答用紙の所定の欄に、受験番号・氏名を記入してください。

※ 計算用紙は、採点の対象になりません。
- 4 試験時間は、120分です。
- 5 解答欄が足りない場合は、裏面に記入してください。
- 6 配付された問題・解答用紙及び計算用紙は、全て提出してください。

以 上

課 程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 物理学専攻		
		受験番号	氏 名	
博士前期	基礎・専門			

2026 年度 II 期入学試験 問題用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 物理学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語	受験番号	氏名	
	☒ 基礎・専門 ☐ 小論文			

※解答は別紙の解答用紙に記入すること。

問題 1

図 1 のように、長さ L の軽い棒 CD で連結された質量 m の 2 つの質点が、長さ l の 2 本の軽い糸によって天井から水平につるされている。天井に固定されている糸の端 A, B 間の距離は d である。つり合いの位置では糸は鉛直線と角 α をなす。重力加速度の大きさを g とする。また、棒は常に水平を保って運動する。

- (1) $\sin \alpha$ を d, l, L を用いて表せ。
- (2) 次に、棒を中心 G を通る鉛直線のまわりに微小な角度 θ だけねじると、棒は z だけ上昇した。このとき、糸が鉛直線となす角を α' として、 z を α, α', l で表せ。
- (3) 次に z と θ の関係を求める。図 2 はねじれた状態を真上から見た図であり、質点の位置を C' 棒を含む平面と A を通る鉛直線が交わる点を A' とした。余弦定理を用いて距離 $A'C'$ を θ により表せ。また、 z と θ の関係を求めよ。ただし、微小量 θ, x に対する近似式 $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ および $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ を用いてよい。
- (4) 系の運動エネルギーおよび位置エネルギーを θ で表せ。ただし、 θ は微小角であるため主要項のみ考えればよい。また、ラグランジアンおよび θ に関するラグランジュ方程式を求めよ。
- (5) ねじった状態からの固定を取り除くと、棒は単振動した。この単振動の角振動数を求めよ。

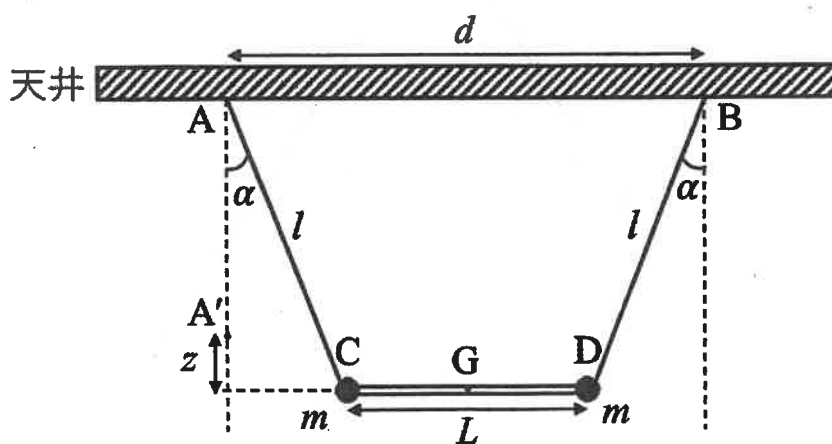


図1

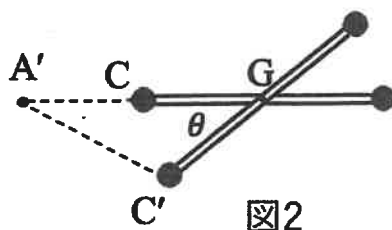
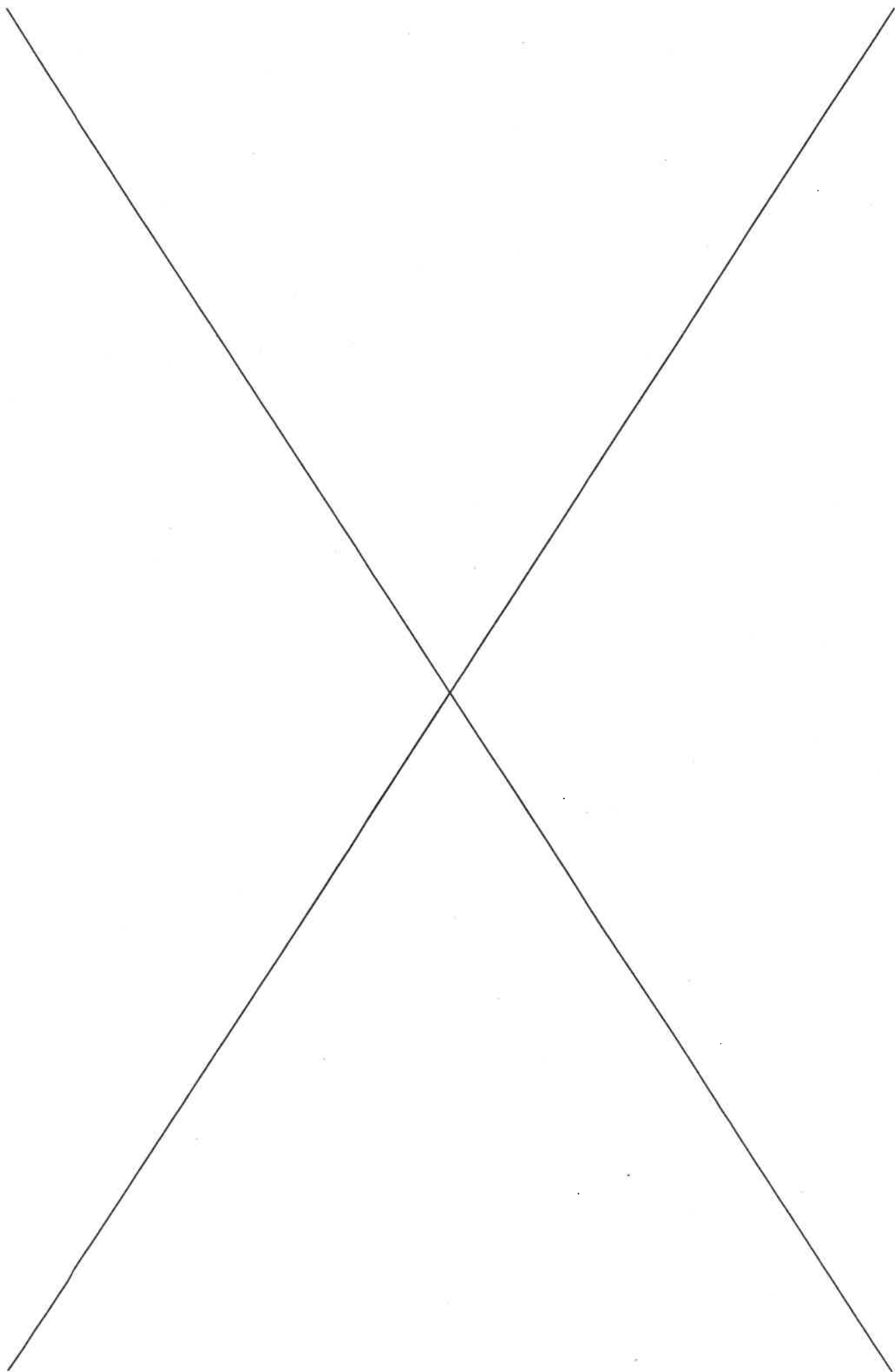


図2

(こちらには何も記入しないでください。)



2026 年度 II 期入学試験 解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 物理学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

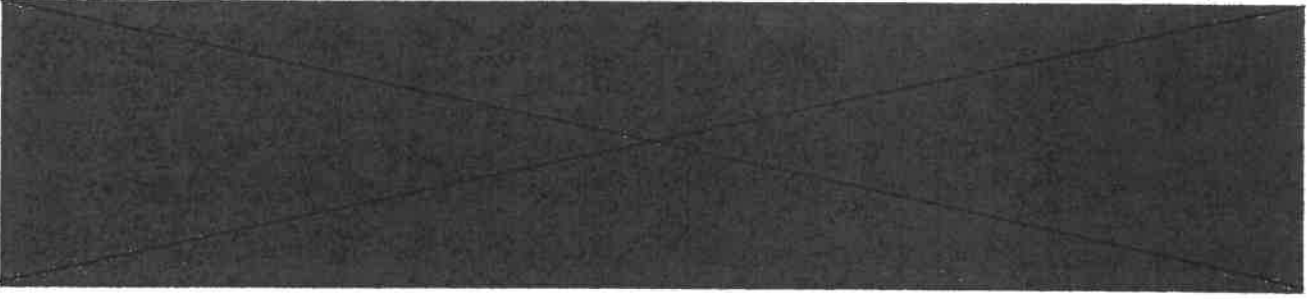
問題 1

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

.....(ここより下に解答を記入しないこと。)



2026 年度 II 期入学試験 問題用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 物理学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

※解答は別紙の解答用紙に記入すること。

問題 2

- (1) 電場を視覚的に表す方法として電気力線がある。電気力線は、各点における電場の方向ベクトルを連続的につなぎ合わせたもので、単位面積を垂直に貫く電気力線の本数が電場の強さに相当する。真空中におかれた電気量 Q をもつ正の点電荷 1 個を考える。真空の誘電率は ϵ_0 である。
- 点電荷から距離 a での電場の向きと強さを求め、点電荷を中心とする半径 a の球面を貫く電気力線の総数を求めよ。
 - 点電荷から最短距離 z にある無限平面を考える。平面上で点電荷に最も近い位置を点 O とし、点 O から距離 r における電場の平面に垂直な成分と平行な成分の大きさをそれぞれ求めよ。
 - b) で考えた無限平面を貫く電気力線の総数を求めよ。
 - a)、c) で求めた電気力線の本数の差を求め、そのような結果が得られる理由を述べよ。
- (2) ベータトロンは、軌道半径を一定に保ったまま電子を加速する装置として知られている。その原理を模式的に表したのが図 1 である。質量 m 、電荷 $-e$ ($e > 0$) をもつ電子が半径 R_0 の軌道上を円運動し、磁場はこの円軌道に対して垂直な方向に印加される。磁束密度は軌道中心からの距離 r に対して一定の分布を持つように設定され、時刻 t に応じて大きさを変化させることで電子を加速する。その大きさを $B(r, t)$ と表す。

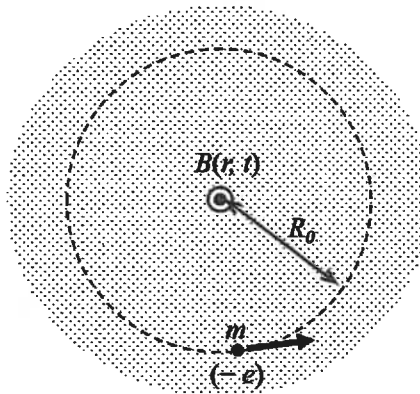
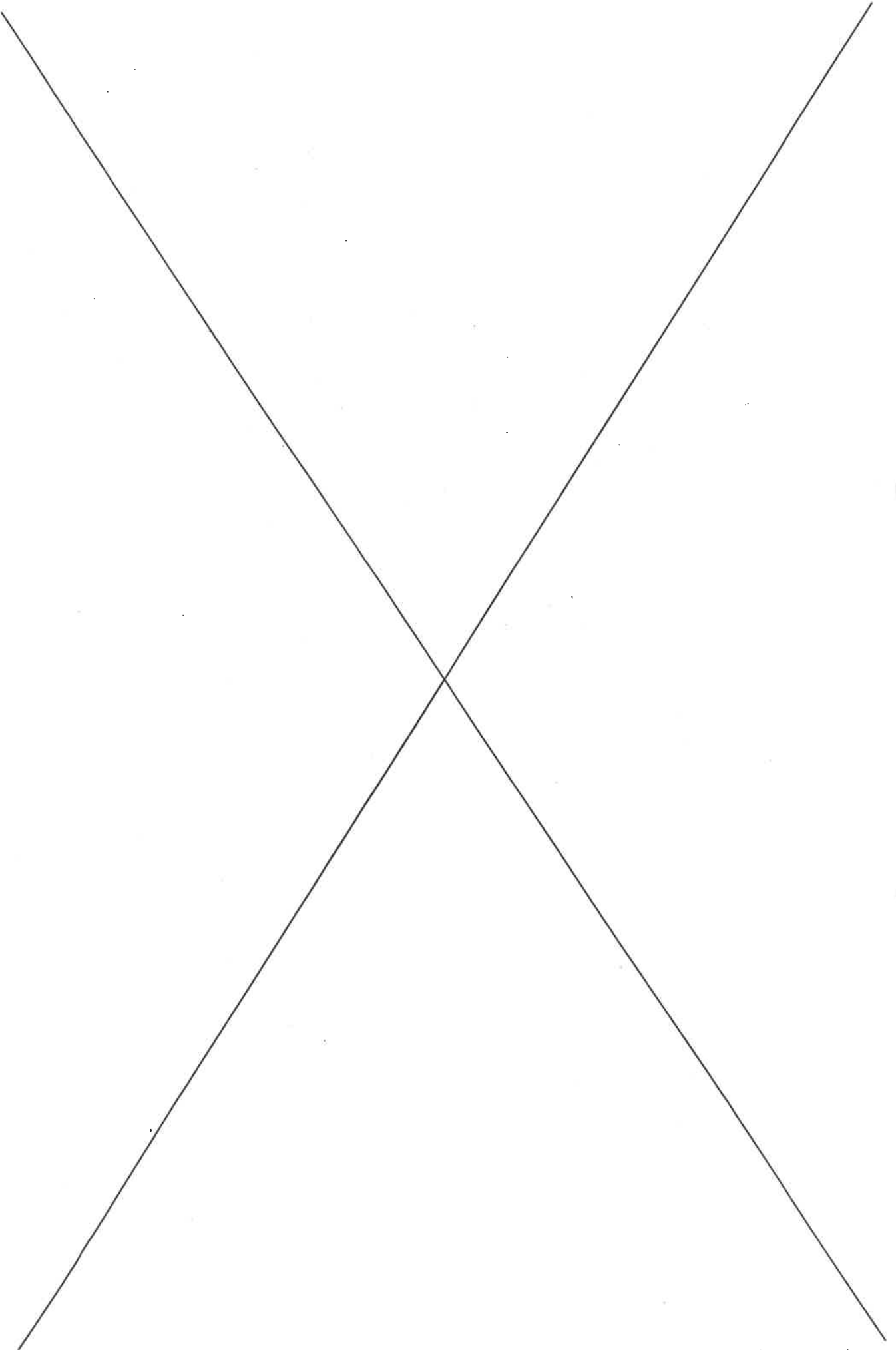


図 1 ベータトロン加速器の模式図

- 電子の速さを $B(R_0, t)$ を用いて表せ。
- 電子の軌道を電流回路とみなし、回路を貫く全磁束を $\Phi(t)$ とおく。微小時間に $\Phi(t)$ が増加することで回路に生じる誘導電場の大きさを $d\Phi(t)/dt$ を用いて表せ。ただし誘導電場の大きさは回路内で一様としてよい。
- b) で求めた電場によって電子が加速されても円軌道の半径 R_0 を一定に保つためには、 $d\Phi(t)/dt$ と $dB(R_0, t)/dt$ の間にある関係が必要である。この関係式を求めよ。
- 磁場が r によらず一様なとき、軌道半径を一定に保った電子の加速が実現できない理由を述べよ。

(こちらには何も記入しないでください。)



2026 年度 II 期入学試験 解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 物理学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

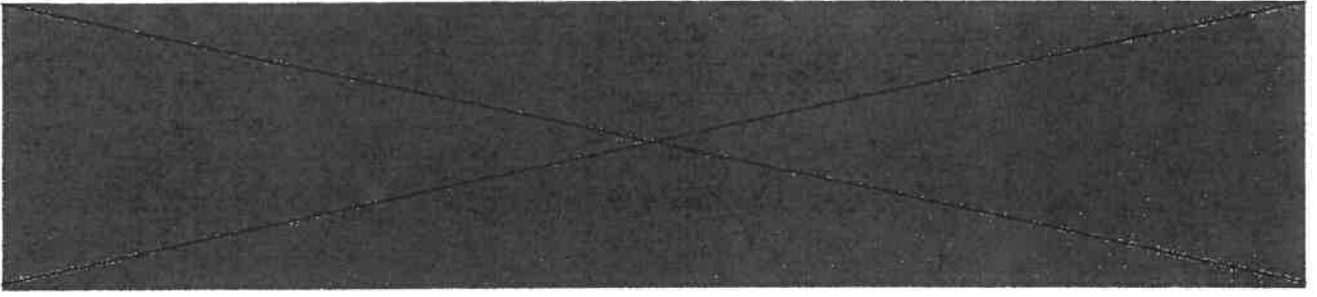
問題 2

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

----- (ここより下に解答を記入しないこと。) -----



2026 年度 II 期入学試験 問題用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 物理学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

※解答は別紙の解答用紙に記入すること。

問題 3

スピン 1/2 の二つの粒子が

$$H_0 = JS_1 \cdot S_2$$

により相互作用する量子系を考える。ここで $S_j = (S_j^x, S_j^y, S_j^z)$ は $j = 1, 2$ 番目のスピン演算子、 J はスピン間の相互作用定数である。 S_j^z の二つの固有状態を $|\uparrow\rangle_j, |\downarrow\rangle_j$ と表し、昇降演算子 $S_j^\pm = S_j^x \pm iS_j^y$ を定義すると、次の関係が成り立つ。

$$S_j^z |\uparrow\rangle_j = \frac{1}{2} |\uparrow\rangle_j, S_j^+ |\uparrow\rangle_j = 0, S_j^- |\uparrow\rangle_j = |\downarrow\rangle_j, S_j^z |\downarrow\rangle_j = -\frac{1}{2} |\downarrow\rangle_j, S_j^+ |\downarrow\rangle_j = |\uparrow\rangle_j, S_j^- |\downarrow\rangle_j = 0$$

ただし、換算プランク定数 $\hbar$ を 1 する。

- (1) ハミルトニアン H_0 を、昇降演算子 $S_j^\pm$ および S_j^z で表せ。
- (2) 基底を $|\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2, |\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2, |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2, |\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2$ の順にとり、ハミルトニアン H_0 を行列表示せよ。
また H_0 のエネルギー固有値と、規格化された固有状態を求めよ。
- (3) 問 (2) で求めた固有状態に、合成スピン演算子 $S = S_1 + S_2$ の二乗 S^2 と $S_z = S_1^z + S_2^z$ を作用させ、各固有状態のスピン大きさ S と S_z の固有値を求めよ。ただし、スピン s の一スピン演算子 s に対して、 s^2 の固有値は $s(s+1)$ 、 s_z の固有値は $s, s-1, \dots, -s+1, -s$ である。

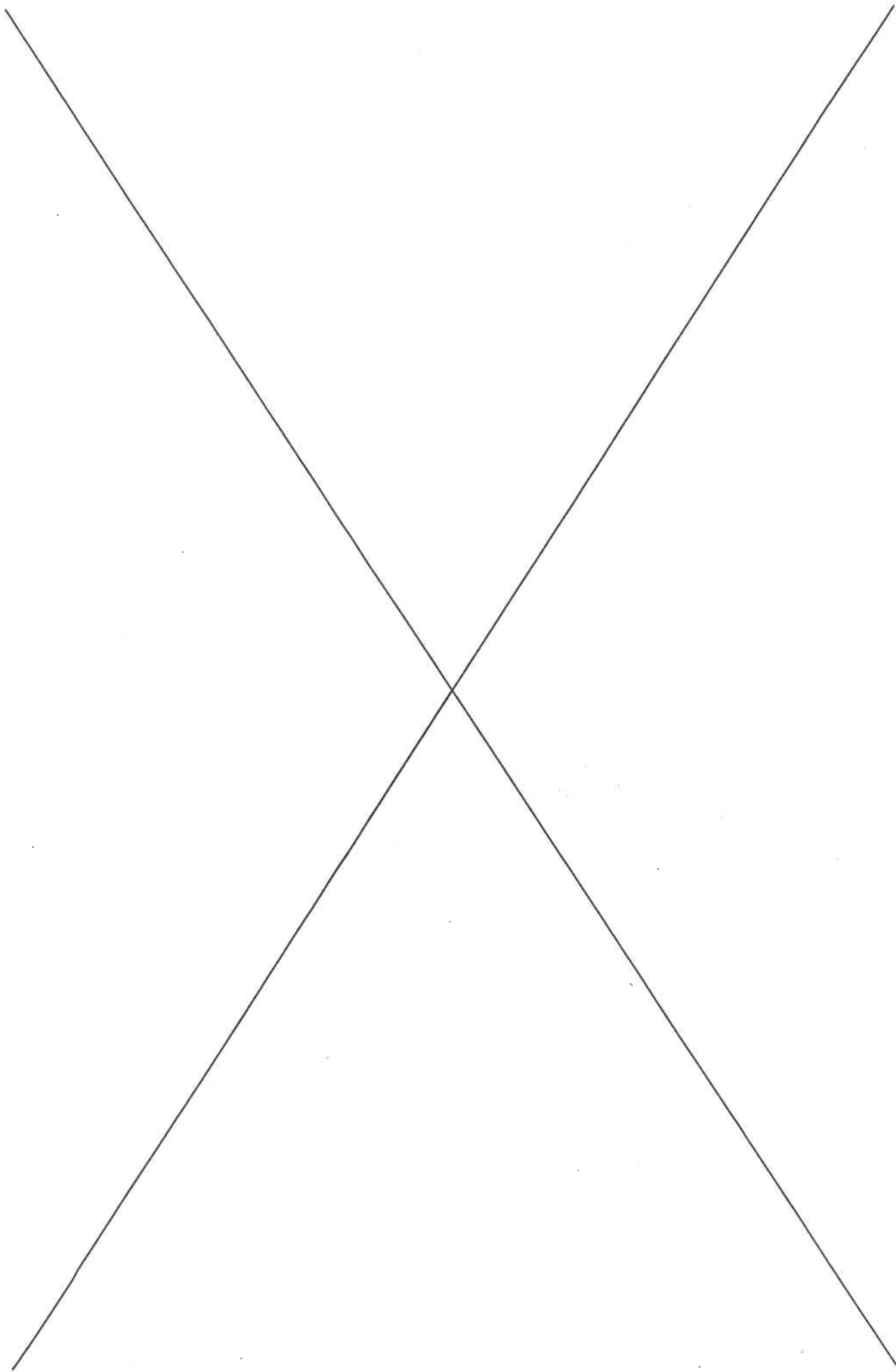
この系に外部磁場が加わると、ハミルトニアンは

$$H = H_0 - h(S_1^z + S_2^z)$$

となる。ここで h は外部磁場の大きさに比例する正定数である。ボルツマン定数 k_B を 1 とする。

- (4) ハミルトニアン H の固有値 ϵ_n ($n = a, b, c, d$) を求めよ。
- (5) この系が温度 T の熱浴と接して熱平衡状態にあるとき、分配関数 Z を問 (4) の固有値 ϵ_n と逆温度 $\beta = \frac{1}{T}$ を用いて表せ。
- (6) 磁化 $M = T \frac{d}{dh} (\ln Z)$ を求めよ。また、弱磁場 $h \ll |J|$ のもとで、(i) $J > 0$ (反強磁性相互作用)、(ii) $J < 0$ (強磁性相互作用) のとき、低温極限で磁化 M がそれぞれどのような値に近づくか述べよ。

(こちらには何も記入しないでください。)



2026 年度 II 期入学試験 解答用紙

課程	受験科目	明治大学大学院理工学研究科 物理学専攻		
☒ 博士前期 ☐ 博士後期	☐ 英 語 ☒ 基礎・専門 ☐ 小論文	受験番号	氏名	

問題 3

解答を続ける場合は、この用紙の裏面に記入すること。

点 数	
-----	--

(裏へ解答を続ける場合はここから書き始めること。)

.....(ここより下に解答を記入しないこと。)

