

入 試 年度	2026 年度	入試時期	Ⅱ期入学試験	実施日	2026 年 2 月 25 日
課程	博士前期課程	研究科	理工学研究科	専攻・コース	物理学専攻
入 試 方式	一般入学試験 外国人留学生入学試験 社会人特別入学試験		試験科目	基礎科目 専門科目	
「出題の意図」					
大学院博士前期課程において物理学を専攻するために必要な基礎学力を問う。特に、広い分野の基礎になる主要科目（力学、電磁気学、量子力学、統計力学）の理解度を問う。					
「解答」または「解答例」					
別紙参照					
合否判定の方法及び基準					
入学試験は理工学研究科のアドミッションポリシーに基づき、これを満たす学生を選抜することを目的に実施しています。 本研究科のアドミッションポリシーに基づき、総合的な視点により合否を判断しています。					

問題 1 解答

(1)図より

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \frac{(d-L)}{l} = \frac{d-L}{2l}$$

(2)天井から質点までの距離は上昇前が $l \cos \alpha$ 、上昇後が $l \cos \alpha'$ 。よって上昇距離 z は

$$z = l \cos \alpha - l \cos \alpha'$$

(3)三角形 GC' A'に着目した余弦定理より

$$A'C' = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{d}{2}\right)\left(\frac{L}{2}\right)\cos \theta}$$

$A'C' = l \sin \alpha'$, (1)(2)の関係, $\cos \theta$ の微小角近似、二項展開の近似式を用いて

$$z = \frac{dL}{8l \cos \alpha} \theta^2$$

(4) (3)の結果より鉛直方向の運動エネルギー、質点の回転エネルギー、位置エネルギーを $\theta, \dot{\theta}$ で表し

$$\mathcal{L} = T - U = 2 \times \frac{1}{2} m \dot{z}^2 + 2 \times \frac{1}{2} m \left(\frac{L}{2} \dot{\theta}\right)^2 - \frac{mgdL}{4l \cos \alpha} \theta^2$$

第一項は高次の微小量なので無視すると、

$$\mathcal{L} \approx 2 \times \frac{1}{2} m \left(\frac{L}{2} \dot{\theta}\right)^2 - \frac{mgdL}{4l \cos \alpha} \theta^2$$

θ に関するラグランジュ方程式は

$$\ddot{\theta} = -\frac{gd}{Ll \cos \alpha} \theta$$

(5) 角振動数は

$$\sqrt{\frac{gd}{Ll \cos \alpha}}$$

問題 2 解答

- (1) a) 電場の強さ E は $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$ 、向きは点電荷から見て動径方向外向き。

E [N/C] のとき 1 m^2 あたりに E 本の電気力線が貫いていると考えて、

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \cdot 4\pi a^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (\text{本})$$

b) $E_{\perp} = \frac{Qz}{4\pi\epsilon_0(z^2+r^2)^{3/2}}$ 、 $E_{\parallel} = \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0(z^2+r^2)^{3/2}}$

- c) $\vec{E} \cdot d\vec{S} = E_{\perp} r dr d\phi$ であり、a) と同様に考えて

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\infty} \frac{z}{(z^2+r^2)^{3/2}} r dr = \frac{Q}{2\epsilon_0} \quad (\text{本})$$

- d) 差分は $Q/2\epsilon_0$ (本)。

点電荷から出る電気力線の半分に相当する本数が、無限平面を貫いていることになる。

- (2) a) 電子が受ける向心力の大きさは $evB(R_0, t) = m \frac{v^2}{R_0}$ であり、 $v = \frac{eB(R_0, t)R_0}{m}$

b) 電磁誘導の法則から、 $2\pi R_0 E = d\Phi(t)/dt \quad \mapsto E = \frac{1}{2\pi R_0} \frac{d\Phi(t)}{dt}$

- c) b) で求めた電場によって電子が加速されるとすれば

$$m \frac{dv}{dt} = eE = \frac{e}{2\pi R_0} \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

一方、軌道半径一定の運動が実現する条件は

$$\frac{dv}{dt} = \frac{eR_0}{m} \frac{dB(R_0, t)}{dt}$$

この2式から、求める関係式は

$$\frac{e}{2\pi m R_0} \frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{eR_0}{m} \frac{dB(R_0, t)}{dt} \quad \mapsto \quad \frac{d\Phi(t)}{dt} = 2\pi R_0^2 \frac{dB(R_0, t)}{dt}$$

- d) 磁場が r によらず一様ならば $\dot{\Phi}(t) = \pi R_0^2 \dot{B}(R_0, t)$ となり、c) で求めた条件を満たさないため。

問題3 解答

$$(1) H_0 = \frac{J}{2} (S_1^+ S_2^- + S_1^- S_2^+ + 2S_1^z S_2^z)$$

$$(2) H_0 = \frac{J}{2} \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$\text{固有値 } -\frac{3J}{4}, \quad \text{固有状態 } \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2)$$

$$\text{固有値 } \frac{J}{4}, \quad \text{固有状態 } |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 + |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2), \quad |\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2) = |S=0, S_z=0\rangle,$$

$$|\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 = |S=1, S_z=1\rangle, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 + |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2) = |S=1, S_z=0\rangle, \quad |\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 = |S=1, S_z=-1\rangle$$

$$(4) \varepsilon_n = -\frac{3}{4}J, \quad \frac{J}{4} - h, \quad \frac{J}{4}, \quad \frac{J}{4} + h$$

$$(5) Z = e^{-\beta\varepsilon_a} + e^{-\beta\varepsilon_b} + e^{-\beta\varepsilon_c} + e^{-\beta\varepsilon_d}$$

$$(6) Z = e^{\frac{3}{4}\beta J} + e^{-\frac{\beta J}{4}} (2 \cosh(\beta h) + 1) \text{ より、 } M = \frac{2 \sinh \beta h}{e^{\beta J} + 2 \cosh \beta h + 1}$$

$$(i) J > 0 \text{ のとき、 } M \rightarrow 0, \quad (ii) J < 0 \text{ のとき、 } M \rightarrow 1$$