

入 試 年度	2026 年度	入試時期	I 期入学試験	実施日	2025 年 7 月 19 日
課程	博士前期課程	研究科	理工学研究科	専攻・コース	物理学専攻
入 試 方式	一般入学試験 外国人留学生入学試験 社会人特別入学試験		試験科目	基礎科目 専門科目	
「出題の意図」					
大学院博士前期課程において物理学を専攻するために必要な基礎学力を問う。特に、広い分野の基礎になる主要科目（力学、電磁気学、量子力学、統計力学）の理解度を問う。					
「解答」または「解答例」					
別紙参照					
合否判定の方法及び基準					
入学試験は理工学研究科のアドミSSIONポリシーに基づき、これを満たす学生を選抜することを目的に実施しています。 本研究科のアドミSSIONポリシーに基づき、総合的な視点により合否を判断しています。					

問題 1 解答

(1)

a) ア 負 イ $(a, 0, 0)$ ウ $-q$ エ $(-a, 0, 0)$ オ $-q$
 カ $(-a, 0, 0)$ キ $-q$

b) $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

c) 点電荷と鏡像電荷がつくる電場を重ね合わせて $\mathbf{E}_s(r) = \left(\frac{-qa}{2\pi\epsilon_0 (r^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}, 0, 0 \right)$

d) ア $E_s(r)\Delta S$ イ 0 ウ 0 エ $\sigma(r)\Delta S$ オ $\epsilon_0 E_s(r)$

e) $Q = \int_0^\infty 2\pi r \sigma(r) dr = \int_0^\infty \frac{-qar}{(r^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} dr = -\int_{a^2}^\infty \frac{qa}{2X^{\frac{3}{2}}} dX = -q$

(2)

a) コイルの電流素片 $I dl$ により原点には z 軸の正の向きに磁場 $d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi R^2} I dl$ が生じる。

コイルの全周は $2\pi R$ なので、全体がつくる磁場は $\mathbf{B} = (0, 0, \frac{\mu_0 I}{2R})$

b) 平面電流は x 方向へ流れる無限に長い直線電流の集合体とみなせるので、磁場の x 成分は 0 となる。観測点から等距離にある直線電流の作る磁場を重ね合わせると磁場の z 成分も 0 になる。平面電流はこのようなペアの集合なので、全体がつくる磁場の z 成分も 0 となる。観測点から見た電流分布は、観測点を x 方向、または y 方向に移動しても変わらないので、磁場は x, y 座標によらない。 xy 面の上下で磁場の y 成分は大きさが等しく逆向きであることを考慮して、アンペールの法則より、

$$\oint_C \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \int_B^C B_y(-z) dy + \int_D^A B_y(z) dy = -B_y(z)L + B_y(z)(-L) = -2B_y(z)L = \mu_0 iL$$

$$\mathbf{B} = (0, -\frac{\mu_0 i}{2}, 0) \quad z > 0 \qquad \mathbf{B} = (0, \frac{\mu_0 i}{2}, 0) \quad z < 0$$

問題2 解答

(1) $\phi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{2\pi i n x / L}$, $E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{2\pi n}{L} \right)^2$, $p_n = \frac{2\pi \hbar n}{L}$ ただし, n は全ての整数値をとる。

(2) 固有波動関数の内積を計算することで直交性を示せる。

(3) $E_n^{(1)} = \frac{V_0}{2}$, $\phi_n^{(1)} = \frac{mL^{3/2}V_0}{8\pi^2\hbar^2} \left[\frac{1}{2n+1} e^{2\pi i(n+1)x/L} - \frac{1}{2n-1} e^{2\pi i(n-1)x/L} \right]$

(4) 分配関数 $Z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\beta \epsilon n^2}$, $\epsilon = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{mL^2}$

この和を積分に置き換えて積分を実行すると $Z \simeq \frac{L}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{2\pi\beta}}$

(5) $\langle E \rangle = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z = \frac{1}{2} k_B T$, $\langle E^2 \rangle = \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial \beta^2} = \frac{3}{4} (k_B T)^2$

(6) 定積熱容量 $C_V = \frac{\partial}{\partial T} \langle E \rangle = \frac{\Delta E^2}{k_B T^2} = \frac{1}{2} k_B$

問題3 解答

(1) 重心の座標

$$(x_1, y_1) = (x + h \sin \theta, h \cos \theta)$$

重心の速度

$$(\dot{x}_1, \dot{y}_1) = (\dot{x} + h \cdot \dot{\theta} \cdot \cos \theta, -h \cdot \dot{\theta} \cdot \sin \theta)$$

(2) 重心周りの回転運動エネルギー

$$\frac{1}{2} I \dot{\theta}^2$$

(3) 重心の運動エネルギー、重心周りの回転運動エネルギー、ポテンシャルを考えて

$$\begin{aligned} L &= T - U \\ &= \frac{M}{2} (\dot{x}^2 + 2h\dot{x}\dot{\theta} \cos \theta + h^2 \dot{\theta}^2) + \frac{I \dot{\theta}^2}{2} + Mgh \cos \theta - kx^2 \end{aligned}$$

(4) ラグランジュの運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) = \frac{\partial L}{\partial x_i}$$

x について

$$M\ddot{x} + Mh\ddot{\theta} \cdot \cos \theta - Mh\dot{\theta}^2 \cdot \sin \theta + 2kx = 0$$

θ について

$$(\kappa_0^2 + h^2)\ddot{\theta} + h\ddot{x} \cdot \cos \theta + gh \sin \theta = 0$$

(5) 2次以上を無視すると

$$x \text{ について } M\ddot{x} + Mh\ddot{\theta} + 2kx = 0$$

$$\theta \text{ について } (\kappa_0^2 + h^2)\ddot{\theta} + h\ddot{x} + gh\theta = 0$$

(6) 固有振動解を代入して、A と B でまとめて

$$\begin{cases} (h\omega^2)A + (\omega^2 - \frac{2k}{M})B = 0 \\ \{(\kappa_0^2 + h^2)\omega^2 - gh\}A + h\omega^2 B = 0 \end{cases}$$

固有振動数

$$\begin{vmatrix} h\omega^2 & \omega^2 - \frac{2k}{M} \\ (\kappa_0^2 + h^2)\omega^2 - gh & h\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$h^2\omega^4 - \left(\omega^2 - \frac{2k}{M}\right)\{(\kappa_0^2 + h^2)\omega^2 - gh\} = 0$$

$$\omega^2 = \frac{1}{2\kappa_0^2} \left[gh + \frac{2k}{M}\kappa_0^2 + \frac{2k}{M}h^2 \pm \sqrt{\left\{ gh + \frac{2k}{M}(\kappa_0^2 + h^2) \right\}^2 - 8\kappa_0^2 \frac{k}{M}gh} \right]$$